

# Diferenciál

## Příklad 3. (Výpočet přibližné hodnoty)

Zadání:

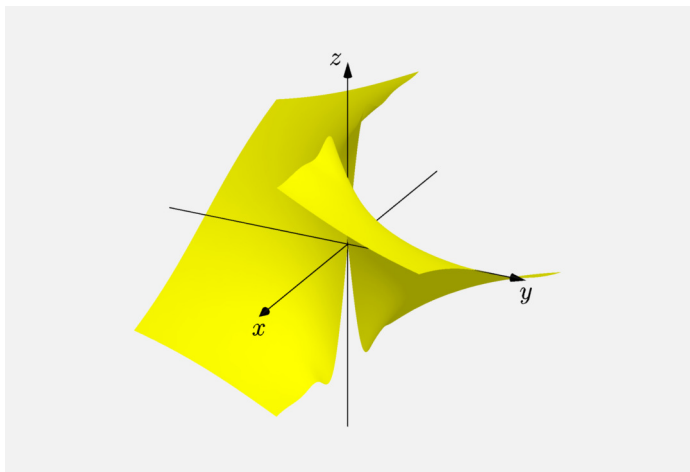
Pomocí diferenciálu vypočtete přibližně

$$\operatorname{arctg} \left( \frac{1,49}{0,85} \right) .$$

## Řešení:

Vzhledem k zadání uvažujeme

- funkci  $f(x, y) = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right)$  ,
- bod  $(x_0, y_0) = (1, 1)$  ,
- diference  $dx = 0,49$  a  $dy = -0,15$  .



Obrázek 1: Graf funkce  $f(x, y)$

První parciální derivace jsou rovny

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = \frac{1}{y \left(1 + \frac{x^2}{y^2}\right)},$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{-x}{y^2 \left(1 + \frac{x^2}{y^2}\right)}.$$

Po dosazení bodu (1, 1)

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1, 1) = \frac{1}{2},$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(1, 1) = -\frac{1}{2}.$$

Diferenciál  $df_{(1,1)}(0,49; -0,15)$  je roven

$$df_{(x_0, y_0)}(dx, dy) = \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) \cdot dx + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) \cdot dy$$

$$df_{(1,1)}(0,49; -0,15) = \frac{1}{2} \cdot 0,49 + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot (-0,15)$$

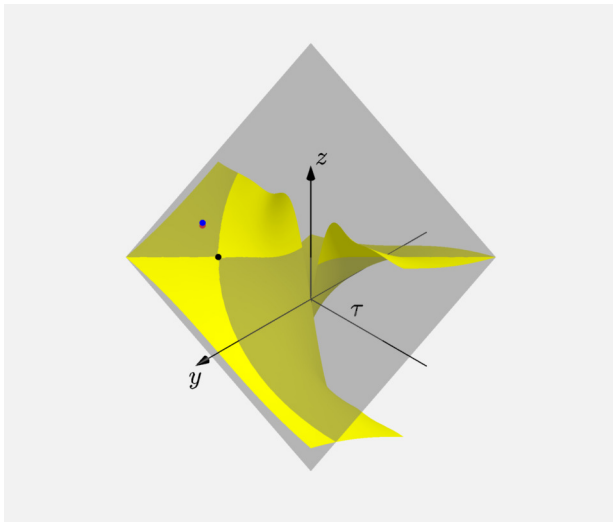
$$df_{(1,1)}(0,49; -0,15) = 0,32.$$

Přibližná hodnota  $\arctg\left(\frac{1,49}{0,85}\right)$  je rovna

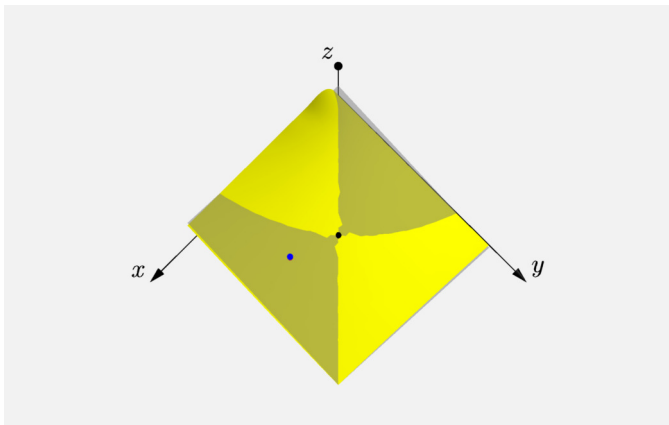
$$\arctg\left(\frac{1,49}{0,85}\right) \doteq f(x_0, y_0) + df_{(x_0, y_0)}(dx, dy)$$

$$\arctg\left(\frac{1,49}{0,85}\right) \doteq \frac{\pi}{4} + 0,32 \doteq 1,1054.$$

$$(chyba = f(x, y) - (f(x_0, y_0) + df_{(x_0, y_0)}(dx, dy))) = 0,053)$$



Obrázek 2: Diferenciál



Obrázek 3: Diferenciál – detail