

Časové řady

Časové řady

- **Př. 1:** V tabulce je uveden počet nehod na pozemních komunikacích v Ostravském kraji, které nastaly v jednotlivých měsících roku 2009. Očistěte tuto časovou řadu od vlivu kalendářních variací.

Měsíc	Počet nehod y_t
Leden	2 400
Únor	2 134
Březen	2 407
Duben	2 445
Květen	2 894
Červen	3 354
Červenec	3 515
Srpen	3 515
Září	3 225
Říjen	3 063
Listopad	2 694
Prosinec	2 600

Časové řady

$$\begin{aligned}\bar{k}_t &= \frac{\sum_{t=1}^n k_t}{n} = \\ &= \frac{365}{12} \doteq 30,42\end{aligned}$$

Měsíc	t	Počet nehod y_t	Počet dní	Očištěný počet nehod $y_t^{(o)}$
Leden	1	2 400	31	2 355,10
Únor	2	2 134	28	2 318,44
Březen	3	2 407	31	2 361,97
Duben	4	2 445	30	2 479,23
Květen	5	2 894	31	2 839,85
Červen	6	3 354	30	3 400,96
Červenec	7	3 515	31	3 449,24
Srpen	8	3 515	31	3 449,24
Září	9	3 225	30	3 270,15
Říjen	10	3 063	31	3 005,69
Listopad	11	2 694	30	2 731,72
Prosinec	12	2 600	31	2 551,35

$$\text{např. } y_1^{(o)} = y_1 \cdot \frac{\bar{k}_t}{k_1} = 2400 \cdot \frac{30,42}{31} \doteq 2355,10$$

Časové řady

- **Př. 2:** Pro časovou řadu zadanou v příkladě 1 spočítejte základní číselné charakteristiky (diference, tempa růstu apod.). Při výpočtu pracujte s očištěnými hodnotami zaokrouhlenými na celá čísla.

Časové řady

Měsíc	t	Počet nehod y_t	$D1_t$	$D2_t$	$k_t [-]$	$k_t\% [%]$
Leden	1	2 355	-	-	-	-
Únor	2	2 318	-37	-	0,98	-1,57
Březen	3	2 362	44	81	1,02	1,90
Duben	4	2 479	117	73	1,05	4,95
Květen	5	2 840	361	244	1,15	14,56
Červen	6	3 401	561	200	1,20	19,75
Červenec	7	3 449	48	-513	1,01	1,41
Srpen	8	3 449	0	-48	1,00	0,00
Září	9	3 270	-179	-179	0,95	-5,19
Říjen	10	3 006	-264	-85	0,92	-8,07
Listopad	11	2 732	-274	-10	0,91	-9,12
Prosinec	12	2 551	-181	93	0,93	-6,63

např.

$$\begin{aligned}
 D1_2 &= y_2 - y_1 = \\
 &= 2318 - 2355 = \\
 &= -37
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D2_3 &= D1_3 - D1_2 = \\
 &= 44 - (-37) = \\
 &= 81
 \end{aligned}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n} = 2851$$

Časové řady

např.

$$k_2 = \frac{y_2}{y_1} = \frac{2318}{2355} \doteq 0,98$$

$$k_2^{\%} = 100 \cdot \left(\frac{y_2}{y_1} - 1 \right) = 100 \cdot \left(\frac{2318}{2355} - 1 \right) \doteq -1,57\%$$

$$\bar{k} = (k_2 \cdot k_3 \cdot \dots \cdot k_{12})^{\frac{1}{12-1}} = (0,98 \cdot 1,02 \cdot \dots \cdot 0,93)^{\frac{1}{12-1}} \doteq 1,01$$

$$\bar{k}^{\%} = 100 \cdot (1,01 - 1) \doteq 1,00\%$$

Časové řady

- **Př. 3:** V tabulce jsou uvedeny počty nehod v Moravskoslezském kraji v jednotlivých měsících let 2008 a 2009. Vypočítejte klouzavé roční úhrny.

Měsíc	Počet nehod y_t	
	2008	2009
Leden	2 511	2 400
Únor	2 387	2 134
Březen	2 489	2 407
Duben	3 158	2 445
Květen	3 298	2 894
Červen	3 147	3 354
Červenec	2 891	3 515
Srpen	3 481	3 515
Září	3 615	3 225
Říjen	3 245	3 063
Listopad	3 101	2 694
Prosinec	3 001	2 600
Σ	36 324	34 246

Časové řady

Měsíc	Počet nehod y_t		Rozdíl roku 2006 - 2005	Klouzavé roční úhrny
	2008	2009		
Leden	2 511	2 400	-111	36 213
Únor	2 387	2 134	-253	35 960
Březen	2 489	2 407	-82	35 878
Duben	3 158	2 445	-713	35 165
Květen	3 298	2 894	-404	34 761
Červen	3 147	3 354	207	34 968
Červenec	2 891	3 515	624	35 592
Srpen	3 481	3 515	34	35 626
Září	3 615	3 225	-390	35 236
Říjen	3 245	3 063	-182	35 054
Listopad	3 101	2 694	-407	34 647
Prosinec	3 001	2 600	-401	34 246
Σ	36 324	34 246		

$$= 36324 - 111$$

$$= 36213 - 253$$

atd.

Časové řady

- **Př. 4:** V tabulce jsou uvedeny počty zaměstnanců dopravní firmy k prvnímu dni každého měsíce prvního pololetí roku 2009. Vypočítejte prostý a vážený chronologický průměr této okamžikové řady.

Datum	t	Počet zaměstnanců y_t
1/1/2009	1	152
1/2/2009	2	164
1/3/2009	3	158
1/4/2009	4	174
1/5/2009	5	176
1/6/2009	6	171

Časové řady

- Prostý chronologický průměr:

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} + \frac{y_2 + y_3}{2} + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2}}{n-1} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n-1} = \\ &= \frac{\frac{152+164}{2} + \frac{164+158}{2} + \frac{158+174}{2} + \frac{174+176}{2} + \frac{176+171}{2}}{6-1} = \\ &= \frac{\frac{152}{2} + 164 + 156 + 174 + 176 + \frac{171}{2}}{6-1} = 166,7\end{aligned}$$

Časové řady

- Vážený chronologický průměr:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} \cdot d_1 + \frac{y_2 + y_3}{2} \cdot d_2 + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} \cdot d_{n-1}}{d_1 + d_2 + \dots + d_{n-1}} =$$
$$\frac{\frac{152 + 164}{2} \cdot 31 + \frac{164 + 158}{2} \cdot 28 + \frac{158 + 174}{2} \cdot 31 + \frac{174 + 176}{2} \cdot 30 + \frac{176 + 171}{2} \cdot 31}{31 + 28 + 31 + 30 + 31} \doteq 167$$

Datum	t	Počet zaměstnanců y_t	Délka časové mezery d_t
1/1/2009	1	152	31
1/2/2009	2	164	28
1/3/2009	3	158	31
1/4/2009	4	174	30
1/5/2009	5	176	31
1/6/2009	6	171	

Časové řady

- Srovnáním hodnot prostého a váženého chronologického průměru vidíme, že vliv různé délky časového intervalu, ve kterém jsou příslušné údaje sledovány, je zanedbatelný (zanedbáním různých délek jednotlivých měsíců se nedopouštíme velkých nepřesností).

Časové řady

- **Př. 5:** Byly sledovány počty prodaných automobilů v jednom roce. Stanovte rovnici lineárního trendu pro tuto časovou řadu. Dále proveďte předpověď počtu prodaných automobilů pro další dva nadcházející měsíce.

Měsíc	t	y_t
Leden	1	529
Únor	2	621
Březen	3	689
Duben	4	692
Květen	5	785
Červen	6	820
Červenec	7	898
Srpen	8	950
Září	9	1 050
Říjen	10	1 158
Listopad	11	1 320
Prosinec	12	1 521
Σ	78	11 033

Časové řady

- Pro snazší výpočet zavedeme pomocnou proměnnou t' .

Měsíc	t	t'	y_t
Leden	1	-6	529
Únor	2	-5	621
Březen	3	-4	689
Duben	4	-3	692
Květen	5	-2	785
Červen	6	-1	820
Červenec	7	1	898
Srpen	8	2	950
Září	9	3	1,050
Říjen	10	4	1,158
Listopad	11	5	1,320
Prosinec	12	6	1,521
Σ	78	0	11,033

$$b_0 = \bar{y}_{t'}$$

$$b_1 = \frac{\sum_{t'} t' \cdot y_{t'}}{\sum_{t'} (t')^2}$$

Časové řady

Měsíc	t	t'	$y_{t'}$	$t' \cdot y_{t'}$	$(t')^2$
Leden	1	-6	529	-3,174	36
Únor	2	-5	621	-3,105	25
Březen	3	-4	689	-2,756	16
Duben	4	-3	692	-2,076	9
Květen	5	-2	785	-1,570	4
Červen	6	-1	820	-820	1
Červenec	7	1	898	898	1
Srpen	8	2	950	1,900	4
Září	9	3	1,050	3,150	9
Říjen	10	4	1,158	4,632	16
Listopad	11	5	1,320	6,600	25
Prosinec	12	6	1,521	9,126	36
Σ	78	0	11,033	12,805	182

b_0	919,42
b_1	70,36

$$\widehat{y}_t = 919,42 + 70,36t'$$

Časové řady

- Předpověď pro první následující měsíc získáme dosazením $t' = 7$:

$$\hat{y}_t = 919,42 + 70,36 \cdot 7 = 1411 \text{ automobilů}$$

- Předpověď pro druhý následující měsíc získáme dosazením $t' = 8$:

$$\hat{y}_t = 919,42 + 70,36 \cdot 8 = 1482 \text{ automobilů}$$

Časové řady

Počet prodaných automobilů

