Odhady parametrů základního souboru

Úvodní poznámky

- **Základní soubor** můžeme popsat jeho parametry, např. střední hodnota μ, rozptyl σ^2 atd. Při praktických úlohách ovšem zpravidla nelze vyšetřit celou populaci, provádíme tzv. **náhodný výběr** z populace. Náhodný výběr popisujeme rovněž jeho parametry, např. výběrový průměr $\bar{x}$, výběrový rozptyl s^2 atd.

Úvodní poznámky

- Parametry populace jsou konstantní, parametry náhodného výběru jsou ovšem náhodné proměnné (provedením jiného náhodného výběru získáme jiné hodnoty parametrů) řídící se **výběrovým rozdělením**. Známe-li pro konkrétní výběrovou charakteristiku její výběrové rozdělení, jsme potom schopni odhadnout parametr celé populace.

Úvodní poznámky

- Rozlišujeme dva typy odhadů:
  1) **Bodový odhad** – parametr populace aproximujeme jedním číslem.
  2) **Intervalový odhad** – parametr populace aproximujeme intervalem, ve kterém jeho hodnota leží s určitou pravděpodobností.

Vlastnosti bodového odhadu

- Mějme náhodný výběr $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pocházejícího z rozdělení pravděpodobnosti definovaného distribuční funkcí $F(x, \theta)$, kde θ je neznámý parametr. Bodový odhad parametru θ budeme značit $\hat{\theta}$.

Vlastnosti bodového odhadu

- Dobrý bodový odhad musí splňovat určité vlastnosti:
  1) **Nestrannost** (nevychýlenost, nezkreslenost).
  2) **Vydatnost** (eficience).
  3) **Konzistence**.
  4) **Dostatečnost**.

Vlastnosti bodového odhadu

- Odhad je nestranný, pokud se jeho střední hodnota rovná hledanému parametru, tedy:
  $E\hat{\theta} = \theta.$
- Slabší formou nestrannosti je **asymptotická nestrannost**, odhad je asymptoticky nestranný, pokud:
  $\lim_{n \to \infty} E\hat{\theta} = \theta.$
- Např. výběrový průměr je nestranným odhadem střední hodnoty.

Vlastnosti bodového odhadu

- Máme-li dva nestranné odhady, potom vybereme ten s menším rozptylem, tato vlastnost se nazývá vydatnost.
- Nestranný odhad, jehož rozptyl je nejmenší ze všech nestranných odhadů, se nazývá **nejlepší nestranný odhad**.
- Např. výběrový průměr je nejlepším nestranným odhadem střední hodnoty.

Vlastnosti bodového odhadu

- Odhad je konzistentní, pokud se s rostoucím rozsahem výběru zpřesňuje, musí tedy platit:

$$\lim_{n\to\infty} E\hat{\theta} = \theta \text{ a } \lim_{n\to\infty} D\hat{\theta} = 0.$$

- Např. výběrový průměr je konzistentním odhadem střední hodnoty.

Vlastnosti bodového odhadu

- Odhad je dostatečný, pokud obsahuje veškerou informaci o sledovaném parametru, kterou výběrový soubor poskytuje.

- Výběrový průměr je dostatečným odhadem střední hodnoty.

Metody konstrukce bodových odhadů

- Pro konstrukci bodových odhadů se nejčastěji používají 2 metody:
  1) **Metoda maximální věrohodnosti**.
  2) **Metoda momentů**.

Metoda maximální věrohodnosti

- Nechť náhodný výběr pochází z diskrétního rozdělení pravděpodobnosti definovaného pravděpodobnostní funkcí s neznámým parametrem θ. **Věrohodnostní funkce** je potom definována jako sdružená hustota pravděpodobnosti *n* nezávislých proměnných se stejným diskrétním rozdělením:

$$L(x_1,\ldots,x_n,\theta) = p(x_1,\theta)\cdot\ldots\cdot p(x_n,\theta) = \prod_{i=1}^{n} p(x_i,\theta).$$

Metoda maximální věrohodnosti

- Pochází-li výběr ze spojitého rozdělení s neznámým parametrem θ, je věrohodnostní funkce definována jako sdružená hustota pravděpodobnosti *n* nezávislých proměnných se stejným spojitým rozdělením:

$$L(x_1,\ldots,x_n,\theta) = f(x_1,\theta)\cdot\ldots\cdot f(x_n,\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i,\theta).$$

Metoda maximální věrohodnosti

- Jelikož je věrohodnostní funkce neznámého parametru θ, je nyní úkolem najít $\hat{\theta}$ tak, aby se maximalizovala hodnota věrohodnostní funkce, tedy:

$$L\left(x_1,\ldots,x_n,\hat{\theta}\right)=\max_{\theta}\left\{L\left(x_1,\ldots,x_n,\theta\right)\right\}.$$

- Při praktických výpočtech se místo věrohodnostní funkce pracuje s jejím přirozeným algoritmem.

Metoda maximální věrohodnosti

- Podmínku optimality můžeme tedy vyjádřit ve tvaru:

$$\frac{\partial \ln L(x_1,\ldots,x_n,\theta)}{\partial \theta} = 0.$$

- Řešením této rovnice (v případě více neznámých parametrů řešením soustavy rovnic) získáme odhady neznámého parametru, resp. parametrů.

Metoda maximální věrohodnosti

- **Př. 1:** Je dán výběr $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pocházející z normálního rozdělení. Metodou maximální věrohodnosti odhadněte parametry μ a σ^2.

- Normální rozdělení je definováno hustotou pravděpodobnosti ve tvaru:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} .$$

Metoda maximální věrohodnosti

- Pro věrohodnostní funkci můžeme psát:

$$L\left(x_1,\ldots,x_n,\mu,\sigma^2\right)=\prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\sigma\cdot\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}=\frac{1}{\left(\sigma\cdot\sqrt{2\pi}\right)^n}\cdot e^{-\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

- Věrohodnostní funkci zlogaritmujeme a dále upravujeme:

$$\ln L\left(x_1,\ldots,x_n,\mu,\sigma^2\right)=\ln\left[\frac{1}{\left(\sigma\cdot\sqrt{2\pi}\right)^n}\cdot e^{-\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}\right]=$$

Metoda maximální věrohodnosti

$$\ln\left[\frac{1}{\left(\sigma\cdot\sqrt{2\pi}\right)^n}\cdot e^{-\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}\right]=\ln\left[\frac{1}{\sigma^{2\cdot\frac{n}{2}}\cdot\left(\sqrt{2\pi}\right)^n}\cdot e^{-\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}\right]=$$

$$=-\ln\sigma^{2\cdot\frac{n}{2}}-\ln\left(\sqrt{2\pi}\right)^n+\ln e^{-\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}}=-\frac{n}{2}\cdot\ln\sigma^2-n\cdot\ln\sqrt{2\pi}-$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)^2}{2\sigma^2}\cdot\ln e=-\frac{n}{2}\cdot\ln\sigma^2-n\cdot\ln\sqrt{2\pi}-\frac{1}{2\sigma^2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2.$$

Metoda maximální věrohodnosti

- Logaritmus věrohodnostní funkce máme upraven, provedeme parciální derivace podle μ a σ^2, které položíme rovny nule a získanou soustavu vyřešíme:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = -\frac{1}{2\sigma^2} \cdot 2 \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^1 \cdot (-1) = 0,$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2} \cdot \frac{1}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \cdot (-1) \cdot \frac{1}{(\sigma^2)^2} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2 = 0.$$

---

pozn. Je třeba si uvědomit, že druhá parciální derivace je podle σ^2!!!

Metoda maximální věrohodnosti

- Z první rovnice úpravami získáme:

$$-\frac{1}{2\sigma^2}\cdot 2\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^1\cdot(-1)=0\Big|\cdot\sigma^2,$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)=0\Rightarrow\hat{\mu}=\bar{x}=\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}x_i.$$

---

pozn. Pro výběrový průměr platí, že součet odchylek jednotlivých pozorování od výběrového průměru je roven 0, tedy:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0.$$

Metoda maximální věrohodnosti

- Z druhé rovnice úpravami a dosazením získáme:

$$-\frac{n}{2}\cdot\frac{1}{\sigma^2}-\frac{1}{2}\cdot(-1)\cdot\frac{1}{\left(\sigma^2\right)^2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=0,$$

$$\frac{1}{2\sigma^4}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=\frac{n}{2\sigma^2}\Big|\cdot 2\sigma^4,$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=n\sigma^2\Rightarrow\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2=\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2.$$

Metoda momentů

- Metoda momentů je založena na porovnání výběrových momentů s odpovídajícími teoretickými momenty předpokládaného rozdělení pravděpodobnosti.
- **Výběrový počáteční moment *k*-tého řádu** je definován:

$$M'_k = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^k \, .$$

Metoda momentů

- **Výběrový centrální moment *k*-tého řádu** je definován:

$$M_k = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^k .$$

- Teoretické momenty jsou definovány odlišně u diskrétní a spojité náhodné proměnné.

Metoda momentů

- Pro diskrétní náhodnou proměnnou je **teoretický počáteční moment *k*-tého řádu** definován:

$$\mu'_k = \sum_i x_i^k \cdot p(x_i),$$

teoretický centrální moment *k*-tého řádu je definován:

$$\mu_k = \sum_i (x_i - EX)^k \cdot p(x_i).$$

Metoda momentů

- Pro spojitou náhodnou proměnnou je **teoretický počáteční moment *k*-tého řádu** definován:

$$\mu'_k = \int_{-\infty}^{\infty} x^k \cdot f(x)dx,$$

teoretický centrální moment *k*-tého řádu je definován:

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{\infty} (x - EX)^k \cdot f(x)dx.$$

Metoda momentů

- Teoretický počáteční moment prvního řádu je roven střední hodnotě rozdělení EX, teoretický centrální moment druhého řádu je roven rozptylu rozdělení DX.
- Je třeba získat tolik rovnic, kolik odhadujeme neznámých parametrů rozdělení.

Metoda momentů

- **Př. 2:** Je dán výběr $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pocházející z normálního rozdělení. Metodou momentů odhadněte parametry μ a σ^2.

- Víme, že parametr μ je střední hodnota, tedy počáteční moment prvního řádu (teoretický) a parametr σ^2 je rozptyl, tedy teoretický centrální moment druhého řádu.

Metoda momentů

- Můžeme tedy psát:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = \bar{x},$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2.$$

- Vidíme, že odhady získané metodou momentů jsou v případě normálního rozdělení totožné s odhady získanými metodou maximální věrohodnosti.

Intervalové odhady

- Hledaný parametr aproximujeme intervalem (nazývá se **interval spolehlivosti**, resp. **konfidenční interval**), ve kterém jeho hodnota leží s určitou pravděpodobností – **spolehlivost odhadu**.
- Spolehlivost odhadu označujeme $1 - \alpha$, kde α se nazývá **hladina významnosti**, zpravidla se volí $\alpha = 0{,}05$ nebo $0{,}01$.
- S rostoucí spolehlivostí odhadu roste i šířka intervalu spolehlivosti.

Intervalové odhady

- Označme dolní mez konfidenčního intervalu T_d a horní mez T_h.
- Rozlišujeme 3 druhy intervalů spolehlivosti:
  1) Levostranný interval spolehlivosti:
     $$P(\theta > T_d) = 1 - \alpha,$$
  2) Pravostranný interval spolehlivosti:
     $$P(\theta < T_h) = 1 - \alpha,$$
  3) Oboustranný interval spolehlivosti:
     $$P(\theta < T_d) = P(\theta > T_h) = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow P(T_d < \theta < T_h) = 1 - \alpha.$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- Předpokladem je, že náhodný výběr pochází z normálního rozdělení.
- Mohou vzniknout dva případy:
  1) Známe směrodatnou odchylku σ normálního rozdělení, ze kterého pochází náhodný výběr.
  2) Neznáme směrodatnou odchylku σ normálního rozdělení, ze kterého pochází náhodný výběr.

Intervalový odhad střední hodnoty

- ad 1) Mějme náhodný výběr o rozsahu *n* a s průměrem $\bar{x}$ pocházející z normálního rozdělení se známým rozptylem σ^2.
- Víme, že pro náhodnou proměnnou Z platí:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} \cdot \sqrt{n} \rightarrow N(0,1),$$

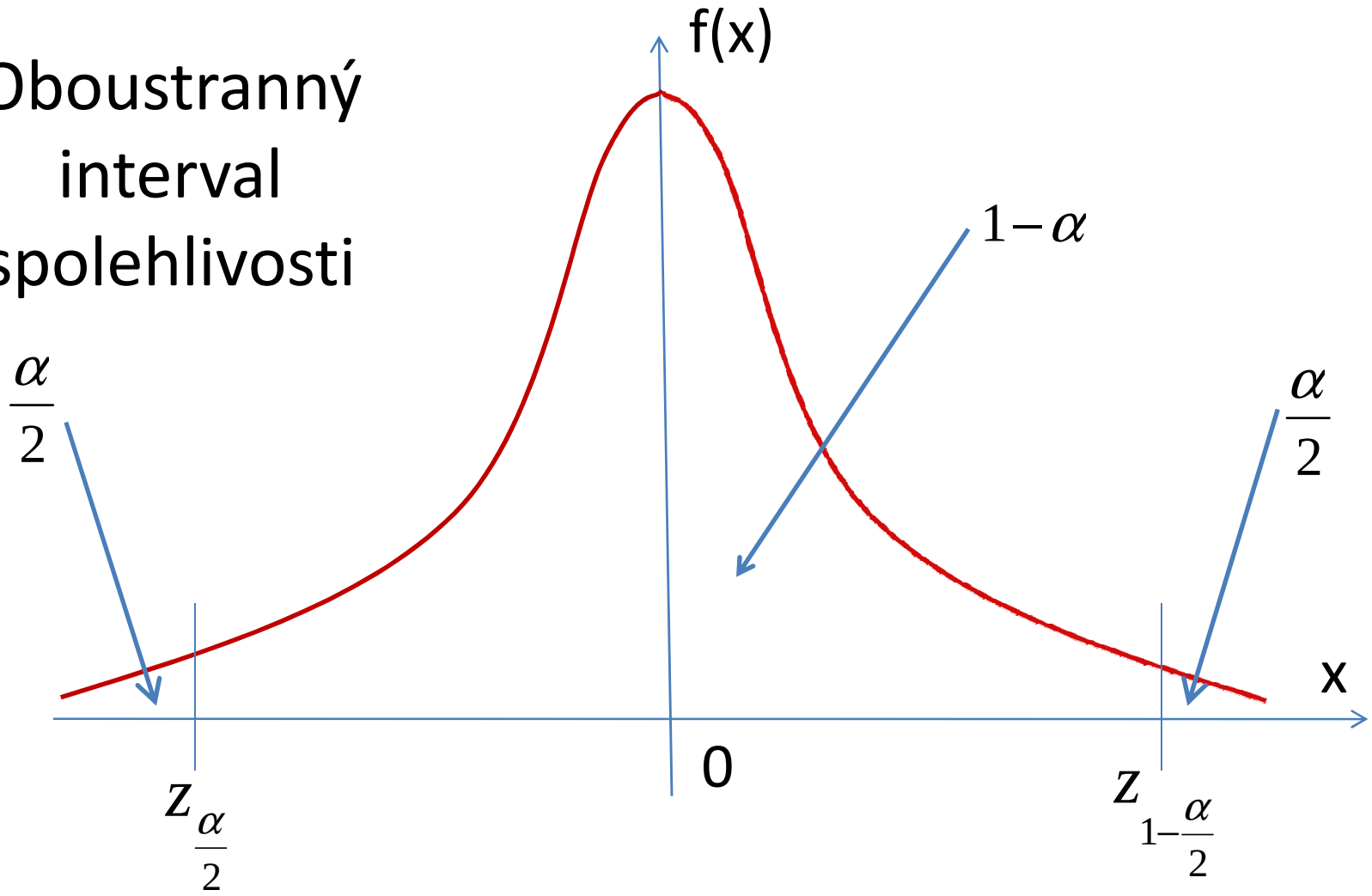
takto definovaná náhodná proměnná se tedy řídí normovaným rozdělením pravděpodobnosti.

Intervalový odhad střední hodnoty

- Odvoďme si nyní oboustranný interval spolehlivosti pro střední hodnotu. Označme $100 \cdot \frac{\alpha}{2}$ %-ní kvantil normovaného rozdělení jako $z_{\frac{\alpha}{2}}$ a $100 \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$%-ní kvantil jako $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

Intervalový odhad střední hodnoty

Oboustranný interval spolehlivosti



Intervalový odhad střední hodnoty

- Na základě obrázku můžeme psát:

$$P\left(z_{\frac{\alpha}{2}} < Z < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha.$$

- Dosadíme a postupně upravujeme:

$$P\left(z_{\frac{\alpha}{2}} < \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma}\cdot\sqrt{n} < z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha,$$

$$P\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot z_{\frac{\alpha}{2}} < \bar{x}-\mu < \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1-\alpha,$$

Intervalový odhad střední hodnoty

$$P\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot z_{\frac{\alpha}{2}}-\bar{x}<-\mu<\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}-\bar{x}\right)=1-\alpha,$$

$$P\left(\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}<\mu<\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot z_{\frac{\alpha}{2}}\right)=1-\alpha,$$

$$P\left(\bar{x}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}<\mu<\bar{x}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right)=1-\alpha.$$

---

pozn. Jelikož je normované rozdělení souměrné, platí mezi kvantily vztah:

$$z_{\frac{\alpha}{2}}=-z_{1-\frac{\alpha}{2}}.$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- Vidíme tedy, že dolní mez konfidenčního intervalu stanovíme dle vztahu:

$$T_d = \bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

a horní mez podle vztahu:

$$T_h = \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} .$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- Příslušnou hodnotu kvantilu normovaného rozdělení získáme buď z tabulek nebo s využitím funkce Excelu NORMSINV:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = NORMSINV\left(1-\frac{\alpha}{2}\right).$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- V případě levostranného intervalu spolehlivosti získáme dolní hranici podle vztahu:

$$T_d = \bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\alpha}$$

v případě pravostranného intervalu získáme horní hranici podle vzorce:

$$T_h = \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\alpha} .$$

Intervalový odhad střední hodnoty

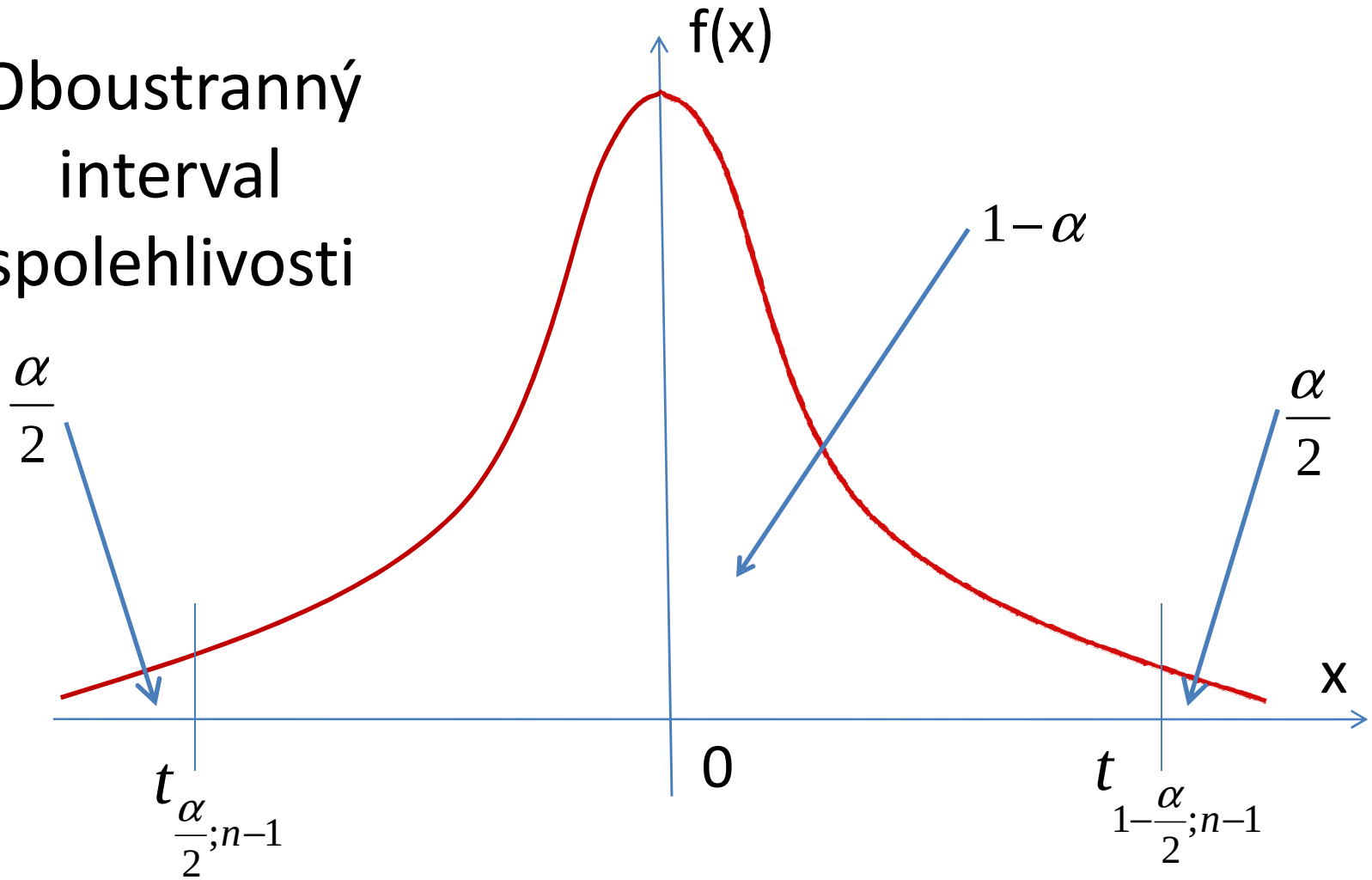
- ad 2) Mějme náhodný výběr o rozsahu *n* a s průměrem $\bar{x}$ pocházející z normálního rozdělení s neznámým rozptylem.
- Víme, že platí:

$$T_{n-1} = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \cdot \sqrt{n} \rightarrow t_{n-1},$$

testová statistika se tedy řídí Studentovým rozdělením pravděpodobnosti s *n* – 1 stupni volnosti.

Intervalový odhad střední hodnoty

Oboustranný interval spolehlivosti



Intervalový odhad střední hodnoty

- Na základě obrázku můžeme psát:

$$P\left(t_{\frac{\alpha}{2};n-1} < T_{n-1} < t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\right) = 1-\alpha.$$

- Dosazením a analogickými úpravami (Studentovo rozdělení je rovněž souměrné) získáme konečný vztah:

$$P\left(\bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} < \mu < \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}\right) = 1-\alpha.$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- Vidíme tedy, že dolní mez konfidenčního intervalu stanovíme dle vztahu:

$$T_d = \bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$$

a horní mez podle vztahu:

$$T_h = \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}.$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- Příslušnou hodnotu kvantilu Studentova rozdělení získáme buď z tabulek nebo s využitím funkce Excelu TINV:

$$t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} = TINV(\alpha; n-1).$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- V případě levostranného intervalu spolehlivosti získáme dolní hranici podle vztahu:

$$T_d = \bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{1-\alpha;n-1}$$

v případě pravostranného intervalu získáme horní hranici podle vzorce:

$$T_h = \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{1-\alpha;n-1}.$$

- Příslušný kvantil pomocí Excelu získáme:

$$t_{1-\alpha;n-1} = TINV(2\alpha; n-1).$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- V případě, když neznáme směrodatnou odchylku normálního rozdělení, ze kterého pochází náhodný výběr, ale máme výběr velkého rozsahu (tj. $n \geq 30$), můžeme Studentovo rozdělení aproximovat normovaným rozdělením, pro výpočet konfidenčního intervalu můžeme použít první vztahy ($\sigma = s$).

Intervalový odhad střední hodnoty

- **Př. 3:** Při simulaci světelné křižovatky bylo sledováno zdržení vozidel čekáním ve frontě. Byl získán statistický soubor o rozsahu 50 pozorování. Výpočtem bylo zjištěno, že průměrné zdržení je rovno 32 s se směrodatnou odchylkou 10 s. Za předpokladu, že se zdržení vozidel řídí normálním rozdělením, stanovte 95%-ní oboustranný interval spolehlivosti pro střední dobu zdržení.

Intervalový odhad střední hodnoty

- V tomto případě sice neznáme směrodatnou odchylku celé populace, ale máme výběr velkého rozsahu, proto můžeme Studentovo rozdělení aproximovat normálním rozdělením (výběrová směrodatná odchylka bude odhadem směrodatné odchylky populace).

Intervalový odhad střední hodnoty

- Pro meze oboustranného intervalu spolehlivosti platí:

$$T_d = \bar{x} - \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} \text{ a } T_h = \bar{x} + \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}.$$

- Potřebnou hodnotu kvantilu nalezneme pomocí tabulek:

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}} = z_{1-\frac{0,05}{2}} = z_{0,975} \doteq 1,96.$$

Intervalový odhad střední hodnoty

- Nyní již můžeme přistoupit k výpočtu obou mezí:

$$T_d = 32 - \frac{10}{\sqrt{50}} \cdot 1{,}96 \doteq 29{,}23\,\mathrm{s},$$

$$T_h = 32 + \frac{10}{\sqrt{50}} \cdot 1{,}96 \doteq 34{,}77\,\mathrm{s}.$$

- Střední doba zdržení tedy s pravděpodobností 0,95 leží v intervalu (29,23; 34,77).

Stanovení rozsahu výběru

- S rostoucím rozsahem výběru se zužuje šířka konfidenčního intervalu, proto má smysl se zabývat otázkou, jaký rozsah náhodného výběru zvolit, abychom dosáhli požadovanou přesnost odhadu. Přesnost odhadu vyjadřujeme pomocí tzv. maximální **přípustné chyby odhadu Δ**, hodnota přípustné chyby odhadu je rovna polovině oboustranného intervalu spolehlivosti.

Stanovení rozsahu výběru při odhadu střední hodnoty

- Při stanovení rozsahu výběru při odhadu střední hodnoty musíme rozlišovat případy:
  1) Známe směrodatnou odchylku (resp. máme výběr velkého rozsahu).
  2) Neznáme směrodatnou odchylku a máme výběr malého rozsahu.

Stanovení rozsahu výběru při odhadu střední hodnoty

- ad 1) Oboustranný intervalový odhad můžeme vyjádřit ve tvaru:

$$\bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} .$$

- Polovina šíře intervalového odhadu (tedy maximální přípustná chyba odhadu) je potom rovna:

$$\Delta = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}} .$$

Stanovení rozsahu výběru při odhadu střední hodnoty

- Potřebný rozsah souboru potom stanovíme z podmínky:

$$\Delta \geq \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}},$$

postupnými úpravami získáme:

$$\sqrt{n} \geq \frac{\sigma}{\Delta} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}},$$

$$n \geq \sqrt{\frac{\sigma}{\Delta} \cdot z_{1-\frac{\alpha}{2}}}.$$

Stanovení rozsahu výběru při odhadu střední hodnoty

- ad 2) Maximální přípustnou chybu odhadu můžeme v tomto případě odvodit analogicky: $\Delta = \frac{s}{\sqrt{n}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$.
- Vidíme, že v tomto případě chyba závisí na výběrové směrodatné odchylce, jejíž hodnotu potřebujeme odhadnout. Postupuje se tak, že se nejprve provede předvýběr o rozsahu n_1 a s výběrovou směrodatnou odchylkou s_1, jež se považuje za odhad s.

Stanovení rozsahu výběru při odhadu střední hodnoty

- Analogicky jako v předchozím případě dostaneme:

$$n \geq \sqrt{\frac{s_1}{\Delta} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}}\,.$$

- Po stanovení potřebného rozsahu *n* potom doplníme předvýběr o potřebný počet prvků a odhad potom provedeme z doplněného výběru.