

Úvod do modelování a simulace systémů

Základní pojmy

- **System** – systémem rozumíme množinu **prvků** (příznaků) a **vazeb** (relací) mezi nimi, která jako celek má určité vlastnosti. Množinu prvků zpravidla označujeme Q , množinu vazeb R .

Vazby dělíme na:

- 1) **Vnitřní** – vazby mezi jednotlivými prvky systému.
- 2) **Vnější** – vazby mezi prvky systému a jeho okolím.

Základní pojmy

- **Okolí systému** – vnější prostředí, do kterého je zkoumaný systém zasazen a se kterým komunikuje prostřednictvím vstupních a výstupních vazeb.
- **Struktura systému** – vnitřní uspořádání systému vyjádřené vzájemnými vazbami. Mějme množinu prvků (příznaků) systému $Q = \{Q_1, \dots, Q_m\}$ a množinu vazeb (relací) $R = \{R_1, \dots, R_n\}$ mezi jednotlivými prvky systému.

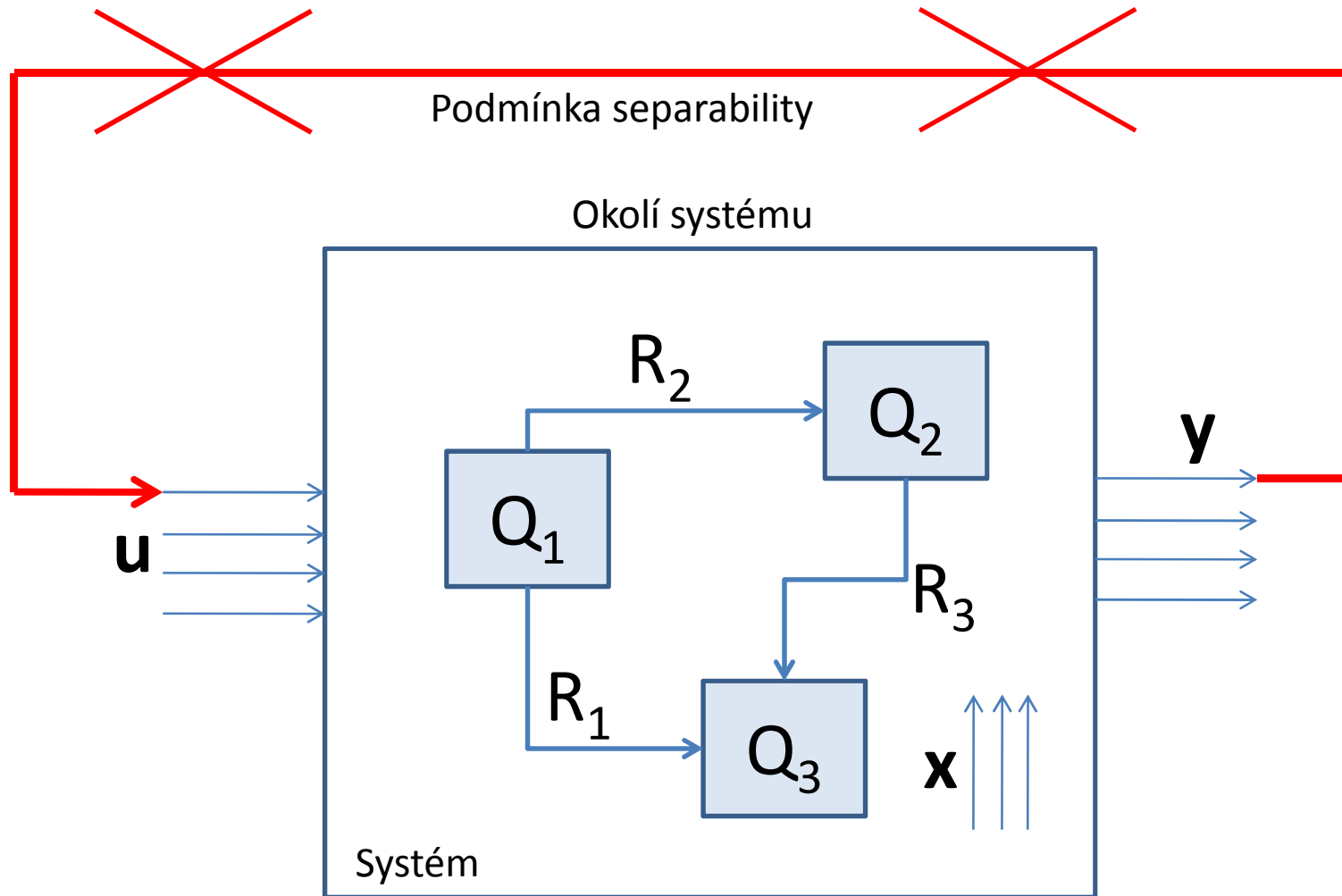
Základní pojmy

Strukturu systému potom můžeme symbolicky zapsat jako přiřazení:

$$S = \{Q_i, Q_j, R_k\},$$

kde Q_i je vstupní prvek a Q_j výstupní prvek vazby R_k , kde $i, j \in \{1;2;\dots;m\}$ a $k \in \{1;2;\dots;n\}$.

Základní pojmy



Základní pojmy

- Při tvorbě modelu je nutno zajistit **separabilitu** modelovaného systému. Systém je separabilní, pokud svými výstupy neovlivňuje přes okolí své vstupy.
- **Vstupní a výstupní proměnné** systému zahrnují proměnné, pomocí kterých systém komunikuje přes vstupní a výstupní vazby s okolím systému.

Základní pojmy

- Vstupní proměnné se zpravidla označují u_1, \dots, u_r , výstupní proměnné se označují y_1, \dots, y_l . Proměnné popisující vnitřní parametry modelu nazýváme **stavovými proměnnými** a značíme je zpravidla x_1, \dots, x_n . Souhrnně tyto proměnné zapisujeme jako vektory:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_r \end{pmatrix}, \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ y_l \end{pmatrix}, \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix},$$

kde \mathbf{u} je vektor vstupů, \mathbf{y} vektor výstupů a \mathbf{x} stavový vektor.

Základní pojmy

- **Modelování** představuje experimentální proces, při němž se zkoumanému objektu (reálný objekt, dílo, stroj) – modelovanému systému – jednoznačně podle určitých kritérií přiřadí fyzický nebo abstraktní model.
- Smyslem modelování je tedy náhrada zkoumaného systému jeho modelem a pomocí experimentů s modelem získat informaci o původním zkoumaném systému. Výsledkem modelování je tedy vytvořený model.

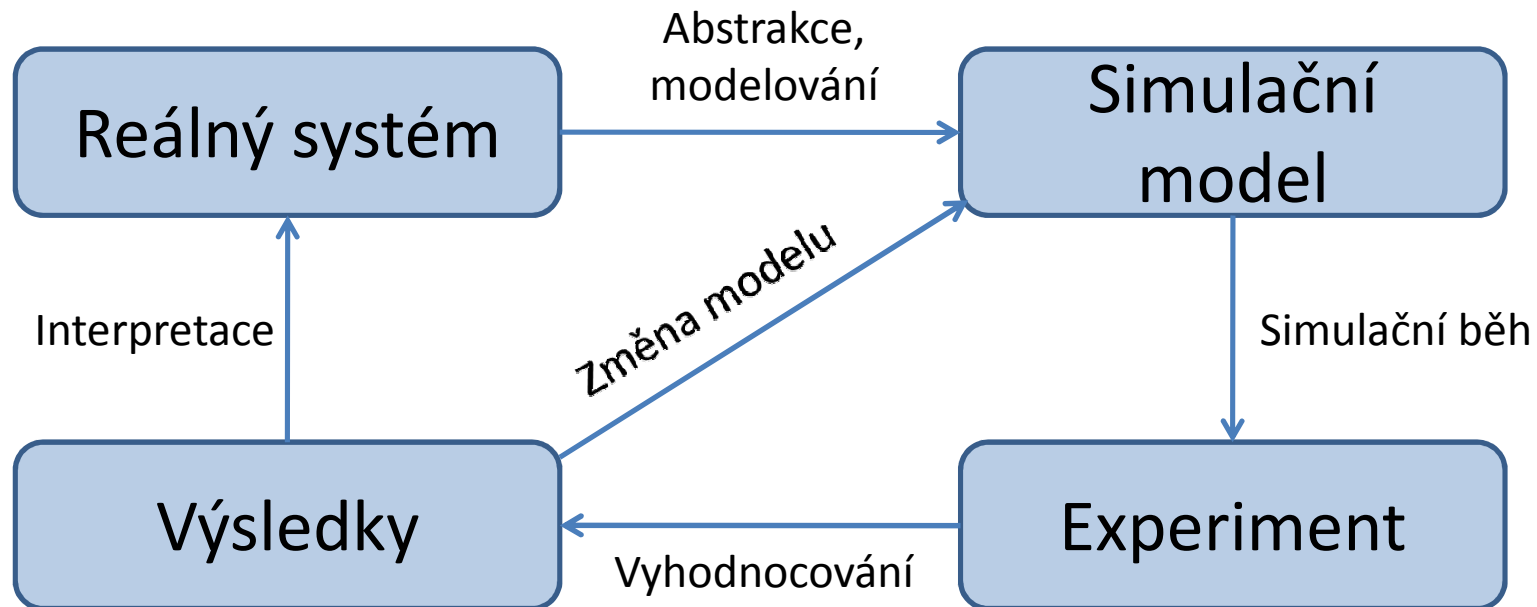
Základní pojmy

- Definic pojmu **simulace** lze v odborné literatuře najít více:
 - 1) Simulace je proces tvorby modelu reálného systému a provádění experimentů s tímto modelem za účelem dosažení lepšího pochopení chování studovaného systému či za účelem posouzení různých variant činnosti systému (Shannon).

Základní pojmy

- 2) Numerická metoda, která spočívá v experimentování s matematickými modely dynamických reálných systémů na číslicových počítačích (Naylor).
- 3) Simulace je technika, která nahrazuje zkoumaný dynamický systém jeho modelem s cílem získat informace o systému pomocí experimentu s modelem (Dahl).

Základní pojmy



Základní pojmy

- Podle své podstaty lze modely rozdělit do dvou skupin:
 - 1) Fyzický (fyzikální) model** – tento model vychází z fyzikální nebo geometrické podobnosti mezi modelovaným systémem a modelem, tento model je hmatatelný (fyzický). Příkladem může být model automobilu pro aerodynamické zkoušky.

Základní pojmy

- 2) Matematický model** – tento model je abstraktní, neumožňuje provádět experimenty stejné fyzikální podstaty, ale umožňuje zkoumat jevy na originále pomocí matematického popisu jejich průběhu. Samotný matematický model ještě nedává informaci, kterou potřebujeme pro vyhodnocení zkoumaného děje, potřebnou informaci získáme teprve řešením tohoto modelu.

Základní pojmy

- Způsoby modelování se liší podle kritéria přiřazení modelu k originálu. Můžeme vycházet z:
 - 1) **Podobnosti** – podobnost představuje jednoznačné vzájemné přiřazení vlastností, struktury a chování. Rozlišujeme:
 - **Fyzikální podobnost** – podobnost mezi systémy a procesy na základě geometrické podobnosti parametrů a stavových veličin.

Základní pojmy

- **Matematická podobnost** – podobnost mající stejný matematický popis.
 - **Kybernetická podobnost** – matematická podobnost ve vnějším chování systému. Nemáme informace o vnitřní struktuře ani o vnitřních proměnných, máme pouze informaci o vnějším chování systému.
- 2) Analogie** – Matematická podobnost fyzikálně odlišných systémů a procesů, např. stanovení spolehlivosti sériově řazených prvků pomocí analogie se stanovením kapacity elektrického obvodu sestaveného z kapacit v sériovém řazení.

Základní pojmy

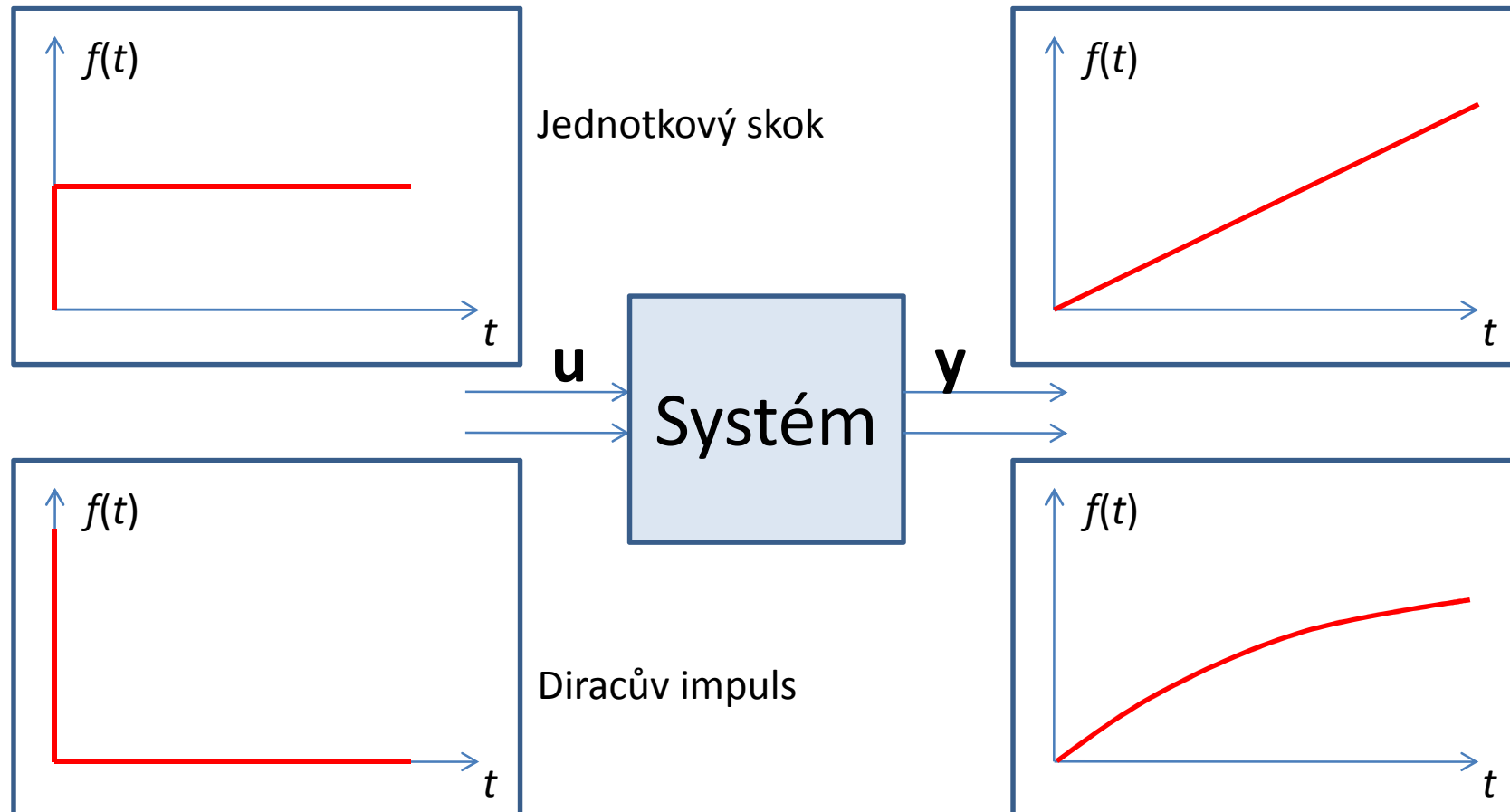
- Podle vnitřního uspořádání lze modely rozdělit na:

1) Vnitřní model systému (model struktury) – vnitřní struktura je popsána jako soubor prvků Q a vazeb R . Tímto modelem rozumíme takový popis systému, který transformuje vektor vstupů \mathbf{u} na stavový vektor \mathbf{x} , jehož transformací je možno získat výstupní vektor \mathbf{y} . Příkladem může být elektrický obvod sestavený z několika logických členů.

Základní pojmy

- 2) Vnější model systému (model chování)** – tento model vychází z popisu pomocí vstupního vektoru \mathbf{u} a výstupního vektoru \mathbf{y} . Na systém se můžeme dívat jako na černou skříňku, vlastnosti systému zkoumáme sledováním odezvy systému na předem definované hodnoty vstupních proměnných \mathbf{u} . Tomuto procesu se říká **identifikace systému**.

Základní pojmy



Základní pojmy

- Pro **statický systém** platí, že výstup systému je jednoznačně definován jeho vstupem, systém je popsán pouze statickou charakteristikou vyjadřující závislost výstupu na hodnotách vstupu:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{u}),$$

výstup systému tedy nezávisí na čase t .

Základní pojmy

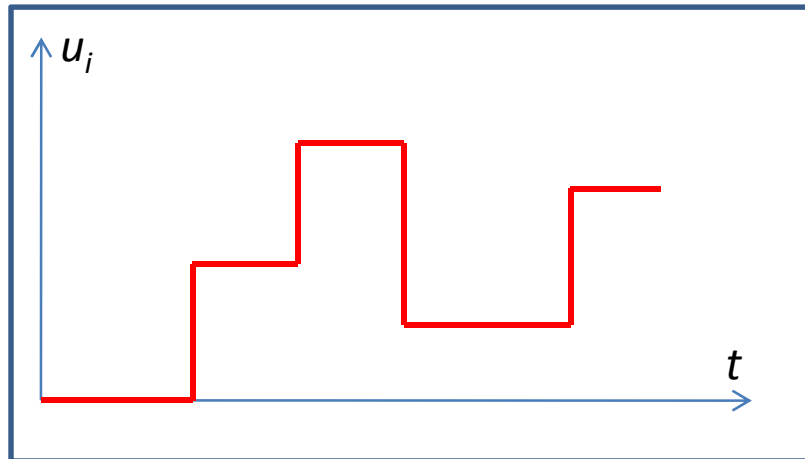
- Jestliže výstup systému není jednoznačně určen pouze jeho vstupy, ale závisí také na čase, potom hovoříme o **dynamickém systému**. Dynamický systém obecně popisujeme pomocí **vektorové stavové rovnice** (vyjadřuje změnu stavového vektoru v čase) a **vektorové výstupní rovnice** (popisuje závislost výstupů na vstupech a stavu systému):

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \text{ a } \mathbf{y} = g(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \text{ s vektorem počátečního stavu } \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0.$$

Základní pojmy

- **Stav systému** je představován okamžitými hodnotami stavových proměnných $\mathbf{x}(t)$, případně stavem jednotlivých prvků v daném okamžiku.
- Podle definičního oboru proměnných můžeme modely rozdělit na:
 - 1) **Diskrétní** – hodnoty proměnných se mění nespojitě v určitých časových okamžicích (skokově).
 - 2) **Spojitě** – proměnné mění svoje hodnoty spojitě ve sledovaném čase.

Základní pojmy



Diskrétní systém



Spojitéý systém

Základní pojmy

- Podle toho, zda modelovaný systém obsahuje náhodné proměnné, můžeme rozlišit systémy:
 - 1) Deterministický systém** – hodnoty všech proměnných jsou v každém okamžiku přesně definovány, při stejných podmínkách jsou výsledky simulace vždy stejné.
 - 2) Stochastický systém** – proměnné (některé nebo všechny) mají charakter náhodné proměnné.

Znázorňování modelů

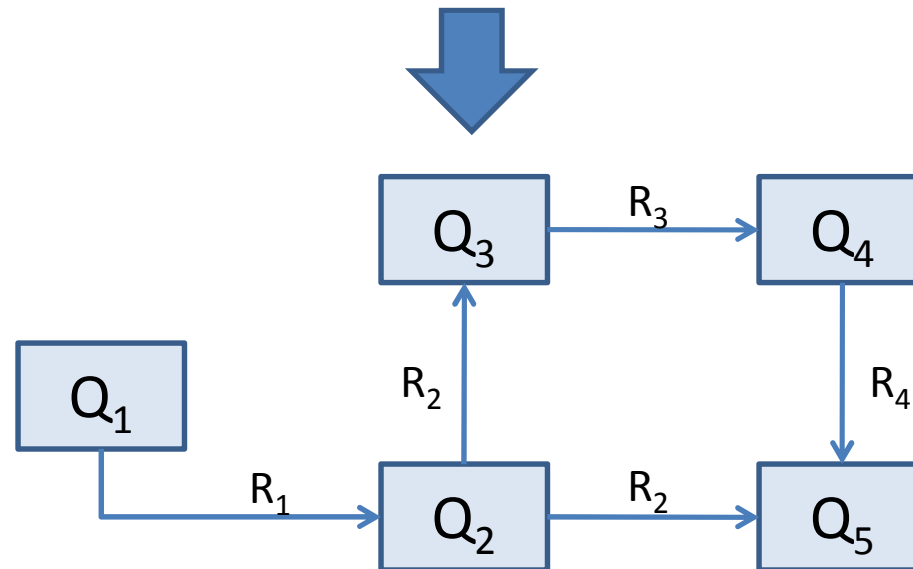
- Strukturu systému (resp. jeho modelu) můžeme znázornit více způsoby. Mezi nejčastější formy patří:
 - 1) **Relační strukturní matice.**
 - 2) **Orientované grafy:**
 - **Blokové schéma.**
 - **Stavové schéma.**
 - **Signální schéma.**

Znázorňování modelů

- Relační strukturní matice – pomocí této matice zapisujeme strukturu systému v podobě matice. Řádky matice odpovídají vazbám R a sloupce odpovídají prvkům Q . Výstupní prvek vazby zapisujeme na hlavní diagonále matice. Prvky strukturní matice r_{ij} nabývají hodnot 0 (příslušná vazba neinciduje s daným prvkem) nebo 1 (příslušná vazba inciduje s daným prvkem).

Znázorňování modelů

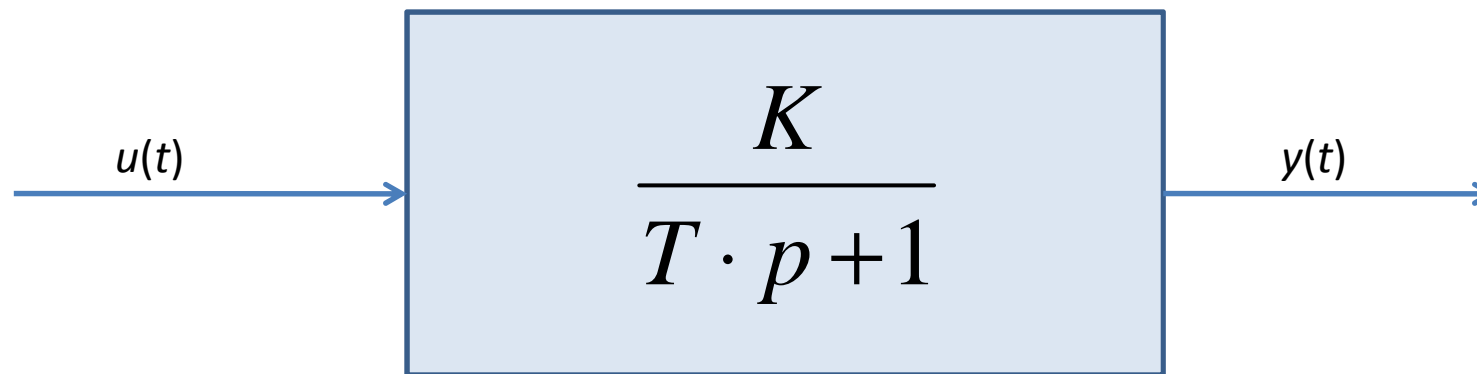
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5
R_1	1	1	0	0	0
R_2	0	1	1	1	0
R_3	0	0	1	1	0
R_4	0	0	0	1	1



Znázorňování modelů

- Blokové schéma je způsob zakreslení, ve kterém vrcholy grafu představují tzv. bloky, které odpovídají relacím systému, a hrany grafu představují příznaky systému. Příznak na výstupu relace představuje vstupní příznak navazující relace. Blok představující relaci popisuje transformaci proměnné vyjádřené hranou grafu. Prvky blokového schématu lze zjednodušovat pomocí pravidel blokové algebry. Funkce bloku (transformace) je vyjádřena např. pomocí přenosové funkce.

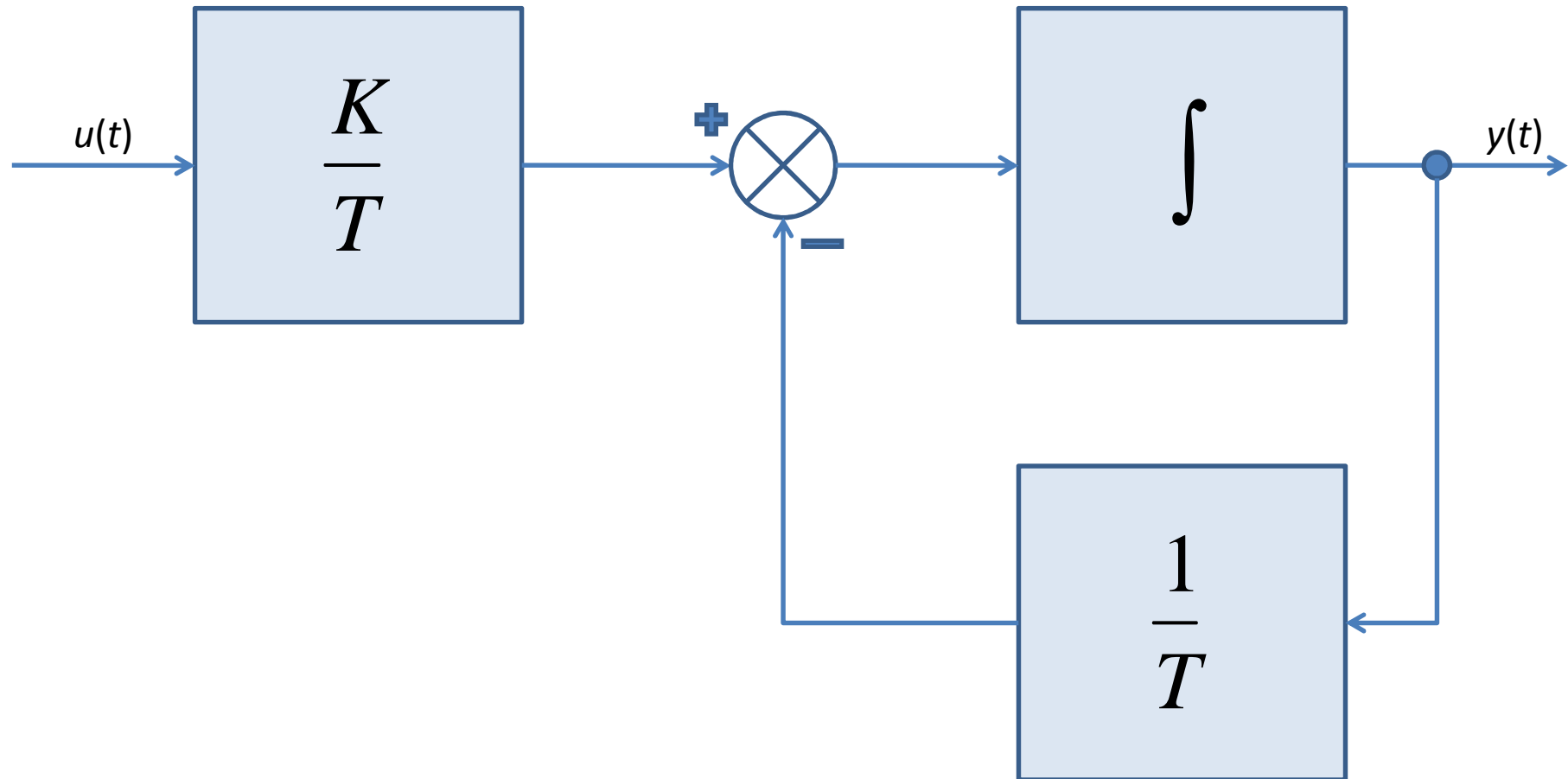
Znázorňování modelů



Znázorňování modelů

- Stavové schéma je zvláštním případem blokového schématu, ve kterém vrcholy znázorňují pouze základní relace a to:
 - Integrace (základní dynamická relace).
 - Statická relace (např. násobení, dělení apod.).
- Složitě dynamické relace je nutno rozložit na tyto základní relace.

Znázorňování modelů



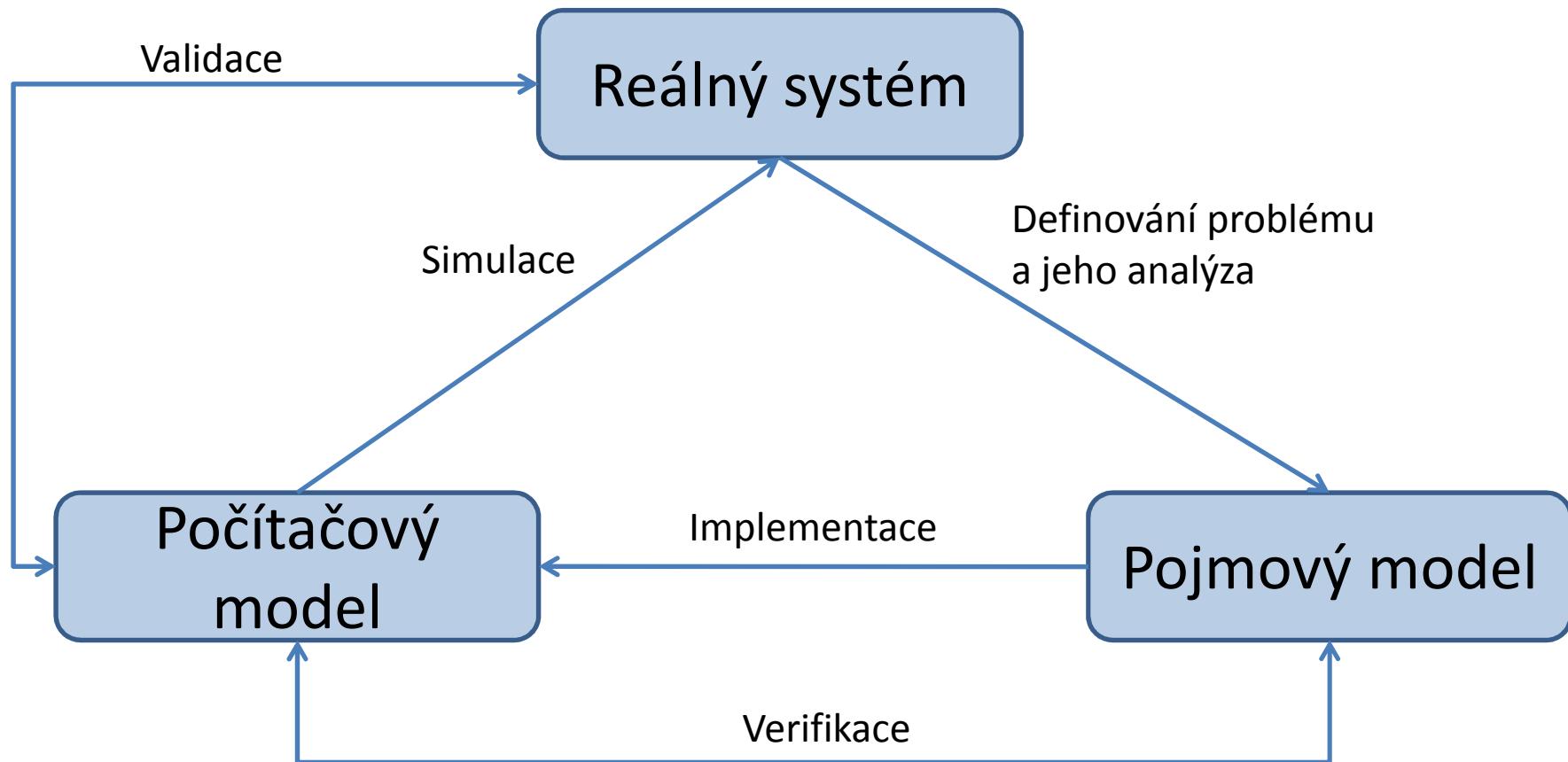
Znázorňování modelů

- Signálové schéma (Masonův graf) – jeho uspořádání je opačné než u blokového schématu. Příznaky představují vrcholy digrafu a relace jsou znázorněny hranami. Vrcholy rovněž představují místa sčítání a větvení relací.

Simulační model a jeho návrh

- Pokud chceme studovat chování nějakého reálného systému, musíme navrhnout jeho model. Rozlišujeme dvě etapy návrhu modelu:
 - 1) **Návrh pojmového modelu** – specifikace systému pomocí verbálního nebo matematického popisu. Vzniká tak popis na určité úrovni abstrakce.
 - 2) **Návrh a implementace počítačového modelu** – pojmový model se transformuje do počítačového prostředí, které simuluje chování systému při stanovené míře abstrakce.

Simulační model a jeho návrh



Simulační model a jeho návrh

- **Verifikací** modelu rozumíme stanovení, zda vytvořený počítačový model reprezentuje pojmový model se stanovenou mírou přesnosti.
- **Validací** modelu rozumíme stanovení, zda vytvořený počítačový model prokazuje uspokojivou míru shody s modelovaným systémem v souladu se zamýšleným použitím modelu.

Simulační model a jeho návrh

- Snahou je, aby byl model co nejjednodušší a zároveň aby co nejpřesněji odpovídal modelovanému systému, čehož není možné prakticky dosáhnout. Měřítkem je míra abstrakce chování modelu.

Vliv míry abstrakce na přesnost modelu



Simulační model a jeho návrh

- Popis pojmového modelu musí specifikovat podstatné rysy chování modelu, přitom musí být dostatečně srozumitelný a musí obsahovat všechny potřebné informace. Možnými přístupy popisu jsou:
 - 1) **Verbální popis** – nejméně přesný, ale srozumitelný.
 - 2) **Schematický popis** – používá se pro systémy s charakteristickou strukturou, je jednoznačný, musí být doplněn popisem chování prvků.

Simulační model a jeho návrh

- 3) **Vývojový diagram** – používá se v případech, kdy je možno graficky znázornit chování systému, tento popis je nejvhodnější pro implementaci.
- 4) **Matematický popis** – tento popis je nejpřesnější a nejčastěji se používá v oblastech, které je možno popsat matematickými vztahy.

Simulační model a jeho návrh

- Přístup ke tvorbě pojmového modelu je rozdílný i podle toho, zda model vytváříme z jednotlivých prvků (jedná se tedy o **model struktury**) nebo modelujeme pouze chování systému (**model chování**).
- Při tvorbě modelu struktury se zpravidla postupuje v následujících krocích:
 - 1) Definování rozhraní mezi systémem a jeho okolím, definování vstupních a výstupních proměnných.

Simulační model a jeho návrh

- 2) Identifikace jednotlivých prvků systému a vazeb mezi nimi.
- 3) Definování chování jednotlivých prvků modelu s ohledem na stanovený stupeň abstrakce ve vhodném popisném aparátu.
- 4) Určení parametrů, které jsou rozhodující pro sledování chování celého systému, a způsobu stanovení jejich hodnot při simulačním experimentu.

Simulační model a jeho návrh

- Při tvorbě modelu chování je třeba:
 - 1) Definovat vstupní, stavové a výstupní proměnné systému a určení množin jejich přípustných hodnot.
 - 2) Popis funkčních závislostí mezi těmito proměnnými v závislosti na čase a množině parametrů systému.

Simulační model a jeho návrh

- Máme-li vytvořen pojmový model, můžeme přistoupit k jeho implementaci do vhodného prostředí. Můžeme použít:
 - 1) Univerzální programovací jazyk – je běžně dostupný, vyžaduje ovšem značné programátorské schopnosti.
 - 2) Univerzální programovací jazyk s rozšířením o knihovny pro realizaci simulačních modelů a experimentů – zajišťují snížení pracnosti při programování.

Simulační model a jeho návrh

- 3) Speciální simulační prostředí – zpravidla specializováno na určitý typ modelů (spojitý, diskrétní). Tato prostředí umožňují implementaci navržených modelů včetně jejich analýzy a dokumentace bez nutnosti velkých programátorských znalostí.

Simulační model a jeho návrh

- V případě, že máme model navržený a úspěšně implementovaný ve vhodném simulačním prostředí, můžeme realizovat simulační experiment. **Simulačním experimentem** rozumíme vhodně sestavenou množinu počátečních podmínek pro navržený model a podmínek, pro které budeme sledovat chování modelu v čase.

Simulační model a jeho návrh

- Postup návrhu simulačního modelu a simulačního experimentu lze shrnout do následujících bodů:
 - 1) Stanovení účelu a cíle tvorby modelu a experimentů, které se budou realizovat.
 - 2) Návrh simulačního modelu podle charakteru systému.
 - 3) Implementace modelu ve vhodném softwarovém prostředí.

Simulační model a jeho návrh

- 4) Příprava experimentálních údajů pro navržený model s cílem prověřit jeho správnost při implementaci.
- 5) Verifikace a validace modelu, stanovení odchylek mezi modelem a modelovaným systémem.
- 6) Příprava, realizace a analýza jednotlivých experimentů s ohledem na problémy, které jsou simulačním experimentem řešeny.

