

Pravděpodobnost a statistika - cvičení 4

Náhodný vektor

Simona Domesová

<http://home1.vsb.cz/~dom0015>

Náhodný vektor = vektor $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^T$ složený z náhodných veličin

Sdružené rozdělení pravděpodobnosti úplně popisuje náhodný vektor \mathbf{X}

Marginální rozdělení pravděpodobnosti úplně popisuje jednotlivé složky náhodného vektoru (náhodné veličiny X_1, X_2, \dots, X_n)

Podmíněné rozdělení pravděpodobnosti náhodného vektoru $\mathbf{X} = (X, Y)^T$
= rozdělení náhodné veličiny X za podmínky, že náhodná veličina Y nabyla hodnoty y ;
pro diskrétní náhodné veličiny X, Y :

$$P(x|y) = \frac{p(x, y)}{P_Y(y)}, P_Y \neq 0$$

- $p(x, y) = P(\mathbf{X} = (x, y)^T) = P(X = x \wedge Y = y) \dots$ sdružená pravděpodobnostní funkce náhodného vektoru \mathbf{X}
- $P_Y(y) = P(Y = y) \dots$ (marginální) pravděpodobnostní funkce náhodné veličiny Y

(analogicky vypočteme $P(y|x)$)

Nezávislost složek náhodného vektoru $\mathbf{X} = (X, Y)^T$

- sdružená pravděpodobnostní funkce (u spojitých hustota pravděpodobnosti) je součinem marginálních

$$p(x, y) = P_X(x) \cdot P_Y(y)$$

- sdružená distribuční funkce je součinem marginálních

$$F(x, y) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$$

Kovariance

$$\text{cov}(X, Y) = E(X \cdot Y) - E(X) \cdot E(Y)$$

- nabývá hodnot z intervalu $(-\infty, \infty)$
- není mírou závislosti!!!

Korelační koeficient

$$\rho(X, Y) = \begin{cases} \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X) \cdot D(Y)}} & D(X) \neq 0 \wedge D(Y) \neq 0 \\ 0 & D(X) = 0 \vee D(Y) = 0 \end{cases}$$

- nabývá hodnot z intervalu $\langle -1, 1 \rangle$
- míra **lineární** závislosti dvou složek náhodného vektoru