

Metody optimalizace

Projekt 1

Úloha 1 Nakreslete graf a vrstevnice funkce

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2^2)^2 + (1 - x_1)^2.$$

Řešte úlohu optimalizace bez omezení

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x_1, x_2).$$

Tuto úlohu řešte metodou největšího spádu, Newtonovou metodou s analyticky vypočteným gradientem i Hessiánem, Newtonovou metodou s numericky vypočteným gradientem i Hessiánem, BFGS metodou a Trust region metodou. Porovnejte rychlost konvergence (tj. počty iterací) a počty vyčíslení minimalizované funkce při použití jednotlivých metod. Úlohy počítejte s ukončující podmínkou na velikost gradientu i délku kroku.

Úloha 2 Vyřešte úlohu s omezeními na rovnost a nerovnost

$$\min_{(x,y) \in \Omega} 2x^2 + 3y^2, \quad \Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 1 \wedge x^2 + y^2 \geq 1\}$$

pomocí metody penalty nebo rozšířených Lagrangianů.

Zapište Karush-Kuhn-Tuckerovy podmínky pro výše uvedenou úlohu v bodě $(1, 0)$ a rozhodněte, zda jsou splněny.