

ZADÁNÍ ZKOUŠKOVÉ PÍSEMNÉ PRÁCE Z PŘEDMĚTU
MATEMATICKÁ ANALÝZA III

Čas na práci: 100 minut

Za každý příklad můžete získat maximálně 10 bodů.

1. Určete a v \mathbb{R}^2 zakreslete definiční obor funkce $f(x, y) = (\arcsin x, \arcsin y, \arcsin(x + y))$.

2. Vypočtěte křivkový integrál prvního druhu

$$\int_k (x + y) ds,$$

kde $k \subset \mathbb{R}^2$ je obvod trojúhelníku o vrcholech $(0, 0)$, $(1, 0)$ a $(0, 1)$.

3. Dokažte, že křivkový integrál druhého druhu vektorového pole

$$f(x, y) = (2y \sin(2x), 1 - \cos(2x))$$

nezávisí v \mathbb{R}^2 na cestě a vypočítejte

$$\int_{(\frac{\pi}{4}, 2)}^{(\frac{\pi}{6}, 1)} f(x, y) ds.$$

4. Vypočtěte plošný integrál druhého druhu

$$\iint_{(S)} (-x, -y, z) d\sigma,$$

kde plocha

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2 + y^2 \wedge z \leq 1\}$$

je orientovaná pomocí normálových vektorů "svírajících" s vektorem $(0, 0, -1)$ ostrý úhel (tj. (S) je "strana" plochy (S) viditelná zezdola).

5. Zjistěte, zda konvergují řady:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2},$

(5 bodů)

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}.$

(5 bodů)