

1. Ulovené divoké prase je testováno na výskyt určitého druhu parazita, kterým je napadeno 10 % jedinců. Test ale není zcela spolehlivý. U nakažených prasat je test ve 4 % případů negativní (není indikována přítomnost parazita). U nenakažených prasat je výsledek testu v 3 % případů pozitivní (je indikována přítomnost parazita).
  1. Určete pravděpodobnost, že výsledek testu bude pozitivní.
  2. Určete pravděpodobnost, že se výsledek testu shoduje se skutečností.
  3. Určete pravděpodobnost, že testované prase je napadeno parazitem, pokud byl výsledek testu pozitivní.
  
2. V nočních hodinách vznikne za hodinu v průměru 40 požadavků na spojení s web serverem. Jaká je pravděpodobnost, že během 3 minuty trvajících restartu, kdy je server nedostupný, nevznikne více než 1 požadavek na spojení?
  
3. Uvažujme náhodný vektor  $(X, Y)$ , kde  $Y$  je náhodná veličina s binomickým rozdělením  $Bi(2, 0.5)$ . Podmíněná pravděpodobnostní funkce náhodné veličiny  $X$  za podmínky  $Y$  je  $p(x|y) = 0.5$  pokud  $x=y-1$ , nebo  $x=y+1$ .
  1. Určete marginální pravděpodobnostní funkci náhodné veličiny  $X$ .
  2. Určete  $P(Y=1|X>-1)$ .
  3. Určete střední hodnotu vektoru  $(X, Y)$ .
  
4. Životnost výbojky se řídí exponenciálním rozdělením, přičemž průměrná životnost je 2000 hodin. Určete nejdelší dobu, po kterou pravděpodobnost poruchy výbojky nepřekročí 10 %.
  
5. Digitální obraz o rozměrech 200x300 bodů skládající se pouze z bílých a černých bodů je generován náhodně tak, že každý bod je s pravděpodobností 0,18 černý, přičemž tato pravděpodobnost nezávisí na barvě ostatních bodů v obraze. S využitím centrální limitní věty určete pravděpodobnost, že počet černých bodů v obraze se bude od své teoretické střední hodnoty lišit nanejvýš o 0,001 všech bodů.