

1. Uvažujme náhodný vektor (X, Y) , kde X je náhodná veličina s binomickým rozdělením $Bi(2, 0.5)$. Podmíněná pravděpodobnostní funkce náhodné veličiny Y za podmínky X je $p(y|x) = 0.5$ pokud $y=x-1$, nebo $y=x+1$. Určete hodnotu distribuční funkce náhodné veličiny Y v bodě $y=3$.
2. Pažout s Horáčkem soutěží ve střelbě z praku. Každý střílí 10 ran na láhve od mléka. Šebestová ví, že Horáček je lepší střelec a úspěšnost jednotlivých zásahů má 0,4. Pažout má úspěšnost 0,3. Mach přijímá sázky a na Pažoutovu výhru vypsál kurz 1:4. Má si Šebestová na Pažouta vsadit?
3. Složitý chemický výrobní proces se často nepodaří napoprvé a je potřeba jej opakovat, dokud nevznikne požadovaná sloučenina. Ve 36% případů nestačí ani dvě opakování k vyrobení sloučeniny. Jaký je minimální počet opakování potřebný k tomu, aby byla pravděpodobnost vyrobení požadované sloučeniny alespoň 0.99?
4. František si koupil auto a stal se pirátem silnic. Každý den cestou do práce mu s pravděpodobností 0.05 hrozí pokuta za rychlou jízdu a ztráta 3 bodů. Jinak František jezdí předpisově.
 1. Jaká je pravděpodobnost, že František přijde o řidičák (ztratí 12 bodů) během 3 měsíců (60 pracovních dní)?
 2. Po kolika dnech bude pravděpodobnost, že František má stále řidičák, menší než 0.01?
5. V klobouku jsou 4 bílí a 2 černí králíci. Kouzelník králíky postupně vytahuje z klobouku a nevrací zpět. Jaká je pravděpodobnost, že kouzelník vytáhne bílého králíka
 1. v prvním tahu,
 2. ve druhém tahu,
 3. v prvním i ve druhém tahu?

6. Jeden automat na jízdenky potřebuje na vydání jízdenky 10 sekund. K automatům přijde pro jízdenku v průměru 6 cestujících za minutu. Předpokládejme, že cestující přichází po jednom a nezávisle na ostatních. Kolik automatů je potřeba, aby byla pravděpodobnost, že každý cestující bude obslužen okamžitě, alespoň 0.95?
7. Dopady fotonů na detektor lze modelovat Poissonovým rozdělením. Za 1 sekundu dopadne na detektor průměrně 1.6 fotonu.
 - Jaká je pravděpodobnost, že za 1 minutu dopadne na detektor více než 100 fotonů?
 - Jaké chyby se dopustíme, pokud předchozí pravděpodobnost budeme počítat přibližně s využitím centrální limitní věty?
 - Určete čas T , pro který platí, že pravděpodobnost, že doba čekání na první foton překročí T , je rovna 0.001.
8. Zákazníci přicházejí náhodně do opravny obuvi s průměrnou intenzitou 2 zákazníci za půl hodiny.
 - Zjistěte pravděpodobnost, že do opravny během hodiny nepříjde ani jeden zákazník.
 - Vypočtete střední hodnotu, rozptyl a směrodatnou odchylku počtu zákazníků za osmihodinovou otevírací dobu.
9. Tovární hala je osvětlena 40 výbojkami. Životnost výbojky se řídí exponenciálním rozdělením, přičemž průměrná životnost výbojky je 10 let. Určete pravděpodobnost, že po jednom roce provozu bude potřeba vyměnit více než 5 % výbojek.
10. Turbína se skládá z 60 lopatek. Doba do vzniku trhliny v každé z lopatek se řídí exponenciálním rozdělením, průměrná doba do vzniku trhliny v jedné lopatce je 8 let. Určete střední hodnotu a rozptyl počtu poškozených lopatek po jednom roce provozu.
11. V nočních hodinách vznikne za hodinu v průměru 40 požadavků na spojení s web serverem. Jaká je pravděpodobnost, že během 3 minuty

trvajícího restartu, kdy je server nedostupný, nevznikne více než 1 požadavek na spojení?

12. Během minuty vznikne v průměru 10 požadavků na spojení se serverem, přičemž počet požadavků za jednotku času se řídí Poissonovým rozdělením. Pomocí centrální limitní věty určete pravděpodobnost, že počet požadavků na spojení během hodiny překročí 650.
13. Digitální obraz o rozměrech 200x300 bodů skládající se pouze z bílých a černých bodů je generován náhodně tak, že každý bod je s pravděpodobností 0.18 černý, přičemž tato pravděpodobnost nezávisí na barvě ostatních bodů v obraze. S využitím centrální limitní věty určete pravděpodobnost, že počet černých bodů v obraze se bude od své teoretické střední hodnoty lišit nanejvýš o 0.001 všech bodů.
14. Životnost žárovky má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 400 h. S jakou pravděpodobností bude žárovka svítit dalších 100 hodin, jestliže již svítila 600 hodin?
15. Pomocí centrální limitní věty určete přibližně pravděpodobnost, že při 120 hodech symetrickou kostkou padne alespoň 70 krát liché číslo.
16. Student se účastní testu s 10 otázkami a odpovídá náhodně ano-ne s pravděpodobnostmi 0.5, 0.5. Určete pravděpodobnost, že student odpoví správně na 7 nebo 8 otázek. Určete pravděpodobnost přesně a přibližně s využitím centrální limitní věty.
17. Součástí zesilovače je elektronka, jejíž průměrná životnost je 40 hodin. Životnost elektronky se řídí exponenciálním rozdělením. Pomocí centrální limitní věty určete přibližně pravděpodobnost, že zásoba 50 elektronek vystačí na 2500 hodin provozu.
18. Maruška potřebuje nový cestovní pas. Ve 12:00 dorazila na oddělení cestovních dokladů a zařadila se do fronty jako 50. v pořadí, přičemž

zjistila, že otevřena pouze 1 přepážka a pracovní doba končí v 16:00. Z hodin statistiky ví, že dobu obsluhy klienta může dobře modelovat veličinou s exponenciálním rozdělením. O místním oddělení je navíc známo, že průměrně trvá obslužení 1 občana 5 minut.

a) S využitím centrální limitní věty určete přibližně pravděpodobnost, že Maruška bude obsloužena do konce pracovní doby.

Předpokládáme, že po celý zbytek pracovní doby bude otevřena pouze 1 přepážka a nikdo frontu neopustí, dokud nebude obsloužen.

b) Volitelně pro zájemce: Pravděpodobnost z předchozí otázky lze určit přesně pomocí Poissonova rozdělení. Jak se aproximace liší od přesné hodnoty?