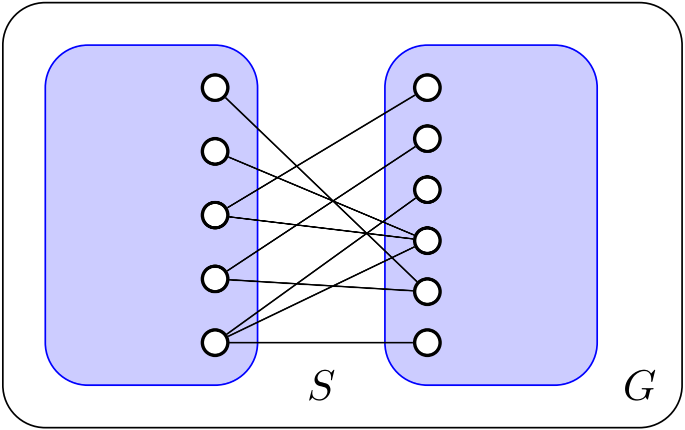
Vrcholová a hranová souvislost



1. Mějme graf G s $t+1$ hranami a označme S nějaký nejmenší hranový řez grafu G. Podle definice hranové souvislosti je $\kappa'(G) = |S|$.

Nápověda

Animace slouží jako ilustrace látky kapitoly **5.1. Míra souvislosti grafu** modulu Teorie grafů.

Definice. Vrcholová souvislost
Vrcholová souvislost (stručně jen *souvislost*) grafu je takový nejmenší počet vrcholů, které je třeba z grafu G vynechat, abychom dostali nesouvislý graf nebo triviální graf. Vrcholovou souvislost grafu G značíme $\kappa(G)$. Řekneme, že graf G je vrcholově k-souvislý (stručně k-souvislý) pro $k \in N$, jestliže $k \leq \kappa(G)$. Nesouvislý graf budeme považovat za 0-souvislý.

Definice. Hranová souvislost
Hranová souvislost grafu je takový nejmenší počet hran, které je třeba z grafu G vynechat, abychom dostali nesouvislý graf nebo triviální graf. Hranovou souvislost grafu G značíme $\kappa'(G)$. Řekneme, že graf G je hranově k-souvislý pro $k \in N$, jestliže $k \leq \kappa'(G)$. Nesouvislý graf budeme považovat za hranově 0-souvislý.

Věta 5.1. Vztah mezi vrcholovou a hranovou souvislostí.
V libovolném grafu G platí $\kappa(G) \leq \kappa'(G) \leq \delta(G)$.

Důkaz.
V triviálním grafu obě nerovnosti jistě platí, protože $\kappa(G) = \kappa'(G) = \delta(G) = 0$. I v nesouvislém grafu jsou obě nerovnosti splněny, neboť $0 = \kappa(G) = \kappa'(G) \leq \delta(G)$. V dalším můžeme předpokládat, že graf G je souvislý a netriviální.
Je zřejmé, že druhá nerovnost platí v každém grafu G. Vždy můžeme odebrat hrany incidentní s vrcholem, jehož stupeň je $\delta(G)$, proto hranová souvislost $\kappa'(G)$ nemůže být větší než $\delta(G)$. První nerovnost ukážeme indukcí vzhledem k počtu hran.
Základ indukce: Souvislý graf G s nejmenším počtem hran na daném počtu vrcholů je strom. Pro každý netriviální strom T tvrzení jistě platí, protože $\kappa(T) = 1 = \kappa'(T)$. Stačí odebrat hrany incidentní s listem nebo jediný vrchol sousední s listem a dostaneme nesouvislý graf, případně triviální graf, pokud $T \simeq T_2$.
Indukční krok: je demonstrován ve vlastní animaci a popsán v kapitole **5.1. Míra souvislosti grafu** modulu Teorie grafů. V indukčním kroku předpokládáme, že věta platí pro libovolný graf s t hranami. □

O PROJEKTU

Matematika pro inženýry 21. století – inovace výuky matematiky na technických školách v nových podmínkách rychle se vyvíjející informační a technické společnosti

Doba realizace: 1.9.2009 – 30.8.2012
Příjemce: VŠB - TU Ostrava
Partner projektu: ZČU v Plzni

Cílem projektu je inovace matematických a některých odborných kurzů na technických VŠ s cílem získat zájem studentů, zvýšit efektivnost výuky, zpřístupnit prakticky aplikovatelné výsledky moderní matematiky a vytvořit předpoklady pro efektivní výuku inženýrských předmětů.

Zkvalitnění výuky matematiky budoucích inženýrů chceme dosáhnout po stránce formální využitím nových informačních technologií přípravy elektronických studijních materiálů a po stránce věcné pečlivým výběrem vyučované látky s důsledným využíváním zavedených pojmů v celém kurzu matematiky s promyšlenou integrací moderního matematického aparátu do vybraných inženýrských předmětů.

Metodiku výuky matematiky a její atraktivnost pro studenty chceme zlepšit důrazem na motivaci a důsledným používáním postupu „od problému k řešení“.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ