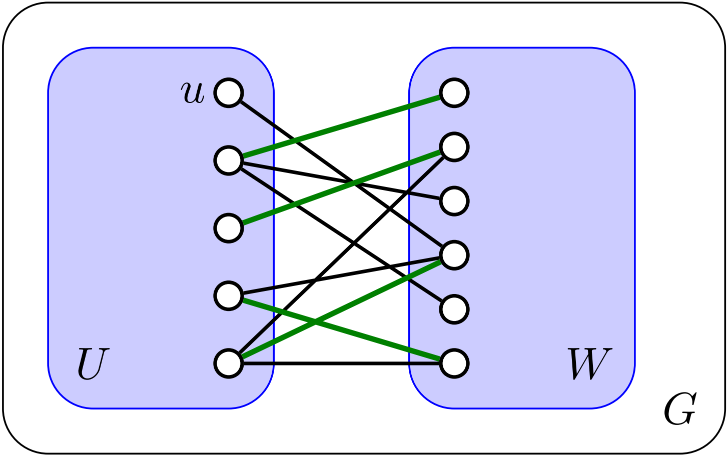
HALLOVA VĚTA

Animace Nápověda O projektu



1. Mějme bipartitní graf G s partitami U a W a s párováním M^* (zelené hrany). Ukážeme, že je-li M^* největší párování v G a M^* nesaturuje všechny vrcholy U, potom najdeme takovou množinu $S \subseteq U$, že $|N(S)| < |S|$.

Animace slouží jako ilustrace látky kapitoly **6.2. Párování v bipartitních grafech** modulu Teorie grafů.

Věta 6.2. Hallova věta
Nechť G je bipartitní graf s partitami U a W. Graf G má párování M, které saturuje všechny vrcholy množiny U právě tehdy, když $|S| \leq |N(S)|$ pro každou podmnožinu $S \subseteq U$.

Důkaz.
Jedná se o ekvivalenci, ukážeme obě implikace $P \Leftrightarrow T$.

„$\Rightarrow$“ První implikace je snadná. Je-li M párování, které saturuje všechny vrcholy množiny U, potom ke každému vrcholu $u \in U$ existuje právě jeden (různý) vrchol $w \in W$ takový, že $uw \in M$. Proto pro každou podmnožinu $S \subseteq U$ bude podmnožina $N(S) \subseteq W$ také obsahovat alespoň tolik vrcholů jako S a platí $|N(S)| \geq |S|$.

„$\Leftarrow$“ Důkaz provedeme nepřímo. *Tato část důkazu je demonstrována ve vlastní animaci*.

Ukážeme, že je-li M^* největší párování v G a M^* nesaturuje všechny vrcholy U, potom najdeme takovou množinu $S \subseteq U$, že $|N(S)| < |S|$. Označme u některý z nesaturovaných vrcholů v množině U (podle předpokladu takový vrchol existuje). Dále označme Z množinu všech vrcholů bipartitního grafu G, které jsou dosažitelné z vrcholu u po nějaké M^*-alternující cestě. Všimneme si, že vrchol u je jediný nesaturovaný vrchol v množině Z, všechny ostatní vrcholy v Z jsou saturovány, protože jinak by M^* nebylo největší párování (dvě Věty 6.1.). Nyní označíme $S = Z \cap U$, $T = Z \cap W$.

Protože každá M^*-alternující cesta z u spáruje jeden z vrcholů v T s jedním vrcholem v $S \setminus \{u\}$, jistě platí $|T| = |S| - 1$.

Z konstrukce množin S a T je zřejmé, že $T \subseteq N(S)$. Ukážeme, že dokonce $T = N(S)$, neboť v $N(S) - T$ nemůže být žádný vrchol x, protože x by byl dosažitelný z u po M^*-alternující cestě liché délky a tedy M^*-nesaturovaný a párování M^* by nebylo největší. Celkem dostáváme $|N(S)| = |T| = |S| - 1 \Rightarrow |N(S)| < |S|$.

□

O projektu

Matematika pro inženýry 21. století – inovace výuky matematiky na technických školách v nových podmínkách rychle se vyvíjející informační a technické společnosti

Doba realizace: 1.9.2009 – 30.8.2012
Příjemce: VŠB - TU Ostrava
Partner projektu: ZČU v Plzni

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI

Cílem projektu je inovace matematických a některých odborných kurzů na technických VŠ s cílem získat zájem studentů, zvýšit efektivnost výuky, zpřístupnit prakticky aplikovatelné výsledky moderní matematiky a vytvořit předpoklady pro efektivní výuku inženýrských předmětů.

Zkvalitnění výuky matematiky budoucích inženýrů chceme dosáhnout po stránce formální využitím nových informačních technologií přípravy elektronických studijních materiálů a po stránce věcné pečlivým výběrem vyučované látky s důsledným využíváním zavedených pojmů v celém kurzu matematiky s promyšlenou integrací moderního matematického aparátu do vybraných inženýrských předmětů.

Metodiku výuky matematiky a její atraktivnost pro studenty chceme zlepšit důrazem na motivaci a důsledným používáním postupu „od problému k řešení“.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ