

# EULEROVA VĚTA

Animace

Návod

O projektu

Animace slouží jako ilustrace látky kapitoly **10.1. Eulerovské grafy** modulu Teorie grafů.

### Věta 10.1. (Eulerova věta)

Souvislý graf  $G$  je eulerovský právě tehdy, když je sudý.

#### Důkaz.

„ $\Rightarrow$ “ Uzavřený eulerovský tah v grafu  $G$  při každém průchodu vrcholem  $v$  obsahuje dvě hrany incidentní s  $v$ . Navíc první a poslední hrana uzavřeného tahu je incidentní se stejným vrcholem, proto stupeň každého vrcholu  $v$  grafu  $G$  je násobek dvojky. Každý eulerovský graf  $G$  je proto sudý.

„ $\Leftarrow$ “ Postupujeme indukcí vzhledem k počtu hran.

*Základ indukce:* Nejmenší graf splňující podmínky věty je triviální graf, který obsahuje triviální uzavřený sled s jediným vrcholem.

*Indukční krok:* Mějme nějaký netriviální souvislý sudý graf  $G$ . Předpokládejme, že všechny souvislé sudé grafy s menším počtem hran obsahují eulerovský tah. Protože graf  $G$  má všechny vrcholy stupně alespoň 2 (vrchol stupně menšího by byl triviální komponentou), tak podle Lemmatu 3.1. obsahuje graf  $G$  nějaký cyklus  $C$ . V grafu  $G = G - E(C)$  zůstane každý vrchol sudého stupně, neboť odebereme vždy 0 nebo 2 hrany incidentní s každým vrcholem. Proto každá komponenta  $L_i$  grafu  $G$  je souvislý sudý graf s méně hranami než  $G$  a podle indukčního předpokladu obsahuje komponenta  $L_i$  uzavřený eulerovský tah. Navíc každá komponenta  $L_i$  obsahuje nějaký vrchol cyklu  $C$ , jinak by původní graf nebyl souvislý. V každé komponentě  $L_i$  označme jeden takový vrchol  $v_i$ . Nyní postupujeme podle cyklu  $C$  a vždy, když narazíme na nějaký vrchol  $v_i$ , tak navážeme uzavřený tah komponenty  $L_i$  a dále pokračujeme po cyklu  $C$ . Sestavíme tak uzavřený tah, který bude obsahovat všechny hrany cyklu  $C$  i všech komponent grafu  $G - E(C)$ , proto se jedná o eulerovský tah v grafu  $G$ .  $\square$

**Matematika pro inženýry 21. století** – inovace výuky matematiky na technických školách v nových podmínkách rychle se vyvíjející informační a technické společnosti

**Doba realizace:** 1.9.2009 – 30.8.2012

**Příjemce:** VŠB - TU Ostrava

**Partner projektu:** ZČU v Plzni



**Cílem projektu** je inovace matematických a některých odborných kurzů na technických VŠ s cílem získat zájem studentů, zvýšit efektivnost výuky, zpřístupnit prakticky aplikovatelné výsledky moderní matematiky a vytvořit předpoklady pro efektivní výuku inženýrských předmětů.

Zkvalitnění výuky matematiky budoucích inženýrů chceme dosáhnout po stránce formální využitím nových informačních technologií přípravy elektronických studijních materiálů a po stránce věcné pečlivým výběrem vyučované látky s důsledným využíváním zavedených pojmu v celém kurzu matematiky s promyšlenou integrací moderního matematického aparátu do vybraných inženýrských předmětů.

Metodiku výuky matematiky a její atraktivnost pro studenty chceme zlepšit důrazem na motivaci a důsledným používáním postupu „od problému k řešení“.



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ